

แจกฟรี
เฉพาะครูผู้สอน



อักษรร

คู่มือครู อจท.

ใช้ประกอบการสอนคู่กับหนังสือเรียน

เพิ่ม	คำแนะนำการใช้
เพิ่ม	คำอธิบายรายวิชา
เพิ่ม	Pedagogy
เพิ่ม	Teacher Guide Overview
เพิ่ม	Chapter Overview
เพิ่ม	ข้อสอบเน้นการคิด / ข้อสอบแนว O-NET
เพิ่ม	กิจกรรม 21 st Century Skills

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ม.5

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

- Dr. Yeap Ban Har
- Dr. Choy Ban Heng
- Dr. Joseph Yeo Boon Wooi
- Teh Keng Seng
- ทวีศักดิ์ จันทรมณี

▲ ภาพปกนี้มีขนาดเท่ากับหนังสือเรียนฉบับจริงของนักเรียน

ผู้เรียบเรียงคู่มือครู ◦ จันทรเพ็ญ ชุมคช ◦ วลัยลักษณ์ เพ็ชรดี

คู่มือครู



คณิตศาสตร์ ม.5

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียงหนังสือเรียน

Dr.Yeap Ban Har
Asst. Prof. Dr.Choy Ban Heng
Dr.Joseph Yeo Boon Woi
Mr.Teh Keng Seng
นายทวีศักดิ์ จันทรมณี

ผู้ตรวจหนังสือเรียน

นางจินดา อยู่เป็นสุข
นายรณชัย มาเจริญทรัพย์
นางสาวบุรณกญ์ เจริญ

บรรณาธิการหนังสือเรียน

นางสาวจันทร์เพ็ญ ชุมคช

ผู้เรียบเรียงคู่มือครู

นางสาวจันทร์เพ็ญ ชุมคช
นางสาววลัยลักษณ์ เพ็ชรดี

บรรณาธิการคู่มือครู

นางสาวนุศรา ชมเชย
นางสาววรรณทัศน์ เลิศอภิสิทธิ์

พิมพ์ครั้งที่ 1

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ
รหัสสินค้า 3546008

อักษ
www.aksorn.com

จัดพิมพ์และจำหน่ายทั่วประเทศโดย
บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจก. จำกัด
142 ถนนตะนาว เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร 10200
โทร./แฟกซ์: 0 2622 2999 (จัดในปี 20 คู่มือ)
เว็บไซต์: บริษัท ไทยรับแปล จำกัด โทร. 0 2903 9101-6

คำแนะนำการใช้

คู่มือครู รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 เล่มนี้ จัดทำขึ้นสำหรับให้ครูผู้สอนใช้เป็นแนวทางวางแผนการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการประกันคุณภาพผู้เรียนตามนโยบายของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.)

คำแนะนำการใช้ ช่วยสร้างความเข้าใจ เพื่อใช้คู่มือครูได้อย่างถูกต้องและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

คำอธิบายรายวิชา แสดงขอบข่ายเนื้อหาสาระของรายวิชา ซึ่งครอบคลุมมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามที่หลักสูตรกำหนด

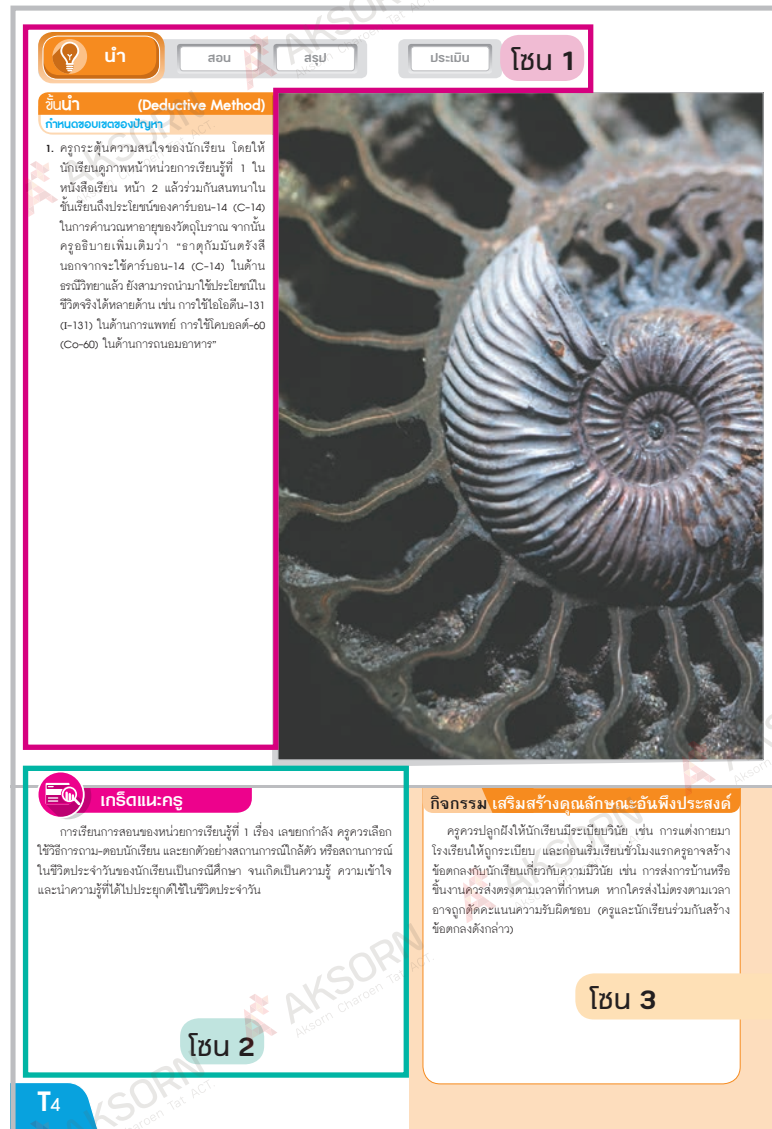
Pedagogy ช่วยสร้างความเข้าใจในกระบวนการออกแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Teacher Guide Overview ช่วยให้เห็นภาพรวมของการจัดการเรียนการสอนทั้งหมดของรายวิชาก่อนที่จะลงมือสอนจริง

Chapter Overview ช่วยสร้างความเข้าใจและเห็นภาพรวมในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละหน่วย

ข้อสอบเน้นการคิด/ข้อสอบแนว O-NET เพื่อเตรียมความพร้อมของผู้เรียนสู่การสอบในระดับต่าง ๆ

กิจกรรม 21st Century Skills กิจกรรมที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้และการดำรงชีวิตในโลกแห่งศตวรรษที่ 21



โซน 1 ช่วยครูจัดการเรียนการสอน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ครูผู้สอน โดยแนะนำขั้นตอนการสอน และการจัดกิจกรรมอย่างละเอียด เพื่อให้ให้นักเรียนบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามตัวชี้วัด



โซน 2 ช่วยครูเตรียมสอน

โดยประกอบด้วยองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์สำหรับครู เพื่อนำไปประยุกต์ใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

เกร็ดแถมครู

ความรู้เสริมสำหรับครู ข้อเสนอแนะ ข้อสังเกต แนวทางการจัดกิจกรรมและอื่น ๆ เพื่อประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอน

นักเรียนควรรู้

ความรู้เพิ่มเติมจากเนื้อหา สำหรับอธิบายเสริมเพิ่มเติมให้กับนักเรียน

โดยใช้ หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 และแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.5 ของบริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด เป็นสื่อหลัก (Core Materials) ประกอบการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งคู่มือครูเล่มนี้มื่อองค์ประกอบที่ง่ายต่อการใช้งาน ดังนี้

โซน 1

หน้า

สอน

สรุป

ประเมิน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เลขยกกำลัง

สำหรับอน-14 (C-14) เป็นธาตุกัมมันตรังสีที่พบได้ทั่วไปในวัตถุต่าง ๆ เกือบทุกชนิดบนโลก ซึ่งมีประโยชน์ทางด้านธรณีวิทยา สามารถนำมาคำนวณหาอายุของวัตถุโบราณ และอายุของซากฟอสซิลต่าง ๆ ได้ โดยการใช่วิธีการครึ่งชีวิต ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$N_{\text{เหลือ}} = \frac{N_{\text{เดิม}}}{2^{\frac{t}{T}}}$$

เมื่อ $N_{\text{เหลือ}}$ = ปริมาณของกัมมันตรังสีที่เหลือ
 $N_{\text{เดิม}}$ = ปริมาณของกัมมันตรังสีเริ่มต้น
 T = เวลาที่ใช้ในการสลายตัว
 $\frac{t}{T}$ = ครึ่งชีวิต

ตัวอย่าง

- ใช้พิจารณาหาอายุของหินโบราณ การขุด การทำเหมือง และการใช้กัมมันตรังสีของธาตุโพแทสเซียมและคาร์บอน-14 เพื่อระบุเวลาที่สิ่งมีชีวิตอาศัยอยู่บนจำนวนประชากร (ดู 1.5 และ 1.6)

สาระการเรียนรู้แกนกลาง

- รายที่ 3 ของจำนวนจริง
- เมื่อ 3 เป็นจำนวนเต็มบวก 1
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

QR Code

นักเรียนควรรู้

1

ธาตุกัมมันตรังสี (radioactive element) หมายถึง ธาตุที่สามารถแผ่รังสีออกมาได้เองเนื่องจากนิวเคลียสของอะตอมไม่เสถียร และเป็นธาตุที่มีเลขอะตอมสูงกว่า 82

2

ครึ่งชีวิต (half life) หมายถึง ระยะเวลาที่ธาตุกัมมันตรังสีสลายตัวจนเหลือครึ่งหนึ่งของปริมาณที่มีอยู่เดิม ใช้สัญลักษณ์เป็น $t_{1/2}$

โซน 2

T5

โซน 3 ช่วยครูเตรียมนักเรียน

ประกอบด้วยแนวทางสำหรับการจัดกิจกรรมและเสนอแนะแนวข้อสอบ เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอน

กิจกรรม 21st Century Skills

กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้ที่เรียนรู้มาสร้างชิ้นงาน หรือทำกิจกรรมรวบรวมเพื่อให้เกิดทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21

ข้อสอบเน้นการคิด

ตัวอย่างข้อสอบที่มุ่งเน้นการคิด มีทั้งปรนัย-อัตนัย พร้อมเฉลยอย่างละเอียด

ข้อสอบเน้นการคิดวิเคราะห์ O-NET

ตัวอย่างข้อสอบที่มุ่งเน้นการคิดวิเคราะห์ และสอดคล้องกับแนวข้อสอบ O-NET มีทั้งปรนัย-อัตนัย พร้อมเฉลยอย่างละเอียด

กิจกรรมเสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์

กิจกรรมที่มุ่งเน้นการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม ตามที่หลักสูตรกำหนด

กิจกรรมกาย

เสนอแนะแนวทางการจัดกิจกรรม เพื่อต่อยอดสำหรับนักเรียนที่เรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว และต้องการท้าทายความสามารถในระดับที่สูงขึ้น

กิจกรรมสร้างเสริม

เสนอแนะแนวทางการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ควรได้รับการพัฒนาการเรียนรู้

บูรณาการอาเซียน

ความรู้เสริมหรือการเชื่อมโยงในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับประชาคมอาเซียน

สื่อ Digital

แนะนำแหล่งเรียนรู้และแหล่งค้นคว้าจากสื่อ Digital ต่าง ๆ

แนวทางการวัดและประเมินผล

เสนอแนะแนวทางการบรรลุผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่หลักสูตรกำหนด



เฉลยละเอียด

หนังสือเรียน คณิตศาสตร์ ม.5
สามารถเข้าไปดาวน์โหลดได้ที่
www.aksorn.com



คำอธิบายรายวิชา

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เวลาเรียน 80 ชั่วโมง/ปี

ศึกษาเกี่ยวกับรากที่ n ของจำนวนจริง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กราฟของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กราฟของสมการและอสมการและการนำไปใช้ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได ความหมายของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต ดอกเบี้ยคงต้น ดอกเบี้ยทบต้น มูลค่าของเงิน ค่ารายงวด

โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ตัวชี้วัด

- ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
- ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
- ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้
- ค 1.3 ม.5/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

รวม 4 ตัวชี้วัด



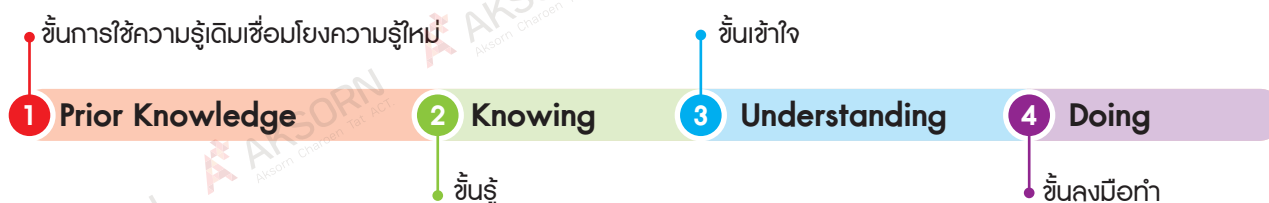
Pedagogy

คู่มือครู รายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์ ม.5

รวมถึงสื่อการเรียนรู้รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้น ม.5 ผู้จัดทำได้ออกแบบการสอน (Instructional Design) อันเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้และเทคนิคการสอนที่เปี่ยมด้วยประสิทธิภาพและมีความหลากหลายให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด รวมถึงสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนที่หลักสูตรกำหนดไว้ โดยครูสามารถนำไปใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้อย่างเหมาะสมสำหรับ Pedagogy หลักที่นำมาใช้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย

รูปแบบการสอน Concept Based Teaching



เลือกใช้รูปแบบการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง : Concept Based Teaching เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิต โดยอาศัยหลักการและความคิดรวบยอดต่าง ๆ เพื่อประยุกต์ใช้ ดังนั้น Concept Based Teaching เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำพาผู้เรียน เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจ มีทักษะ และเกิดความคิดรวบยอดผลของการจัดการเรียนการสอนในลักษณะนี้ จะทำให้ผู้เรียนได้ความรู้ และมีทักษะในการค้นหาความคิดรวบยอด ซึ่งจะเป็นทักษะสำคัญติดตัวผู้เรียนไปตลอดชีวิต

วิธีสอน (Teaching Method)

เลือกใช้วิธีการสอนที่หลากหลาย เช่น อุปนัย นิรนัย การสาธิต แบบสาธิต แบบแก้ปัญหา แบบบรรยาย เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และเกิดความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ โดยจะเน้นใช้วิธีสอนแบบอุปนัย (Inductive Method) เนื่องจากเป็นการสอนที่ผู้เรียนจะได้ค้นหาคำตอบที่มีอยู่ร่วมกัน จากตัวอย่างสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสนับสนุนกับการจัดการเรียนการสอนแบบ Concept Based Teaching ที่ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการ ซึ่งทำให้ได้ความคิดรวบยอดที่สำคัญ

เทคนิคการสอน (Teaching Technique)

เลือกใช้เทคนิคการสอนที่หลากหลายและเหมาะสมกับเรื่องที่เรียน เช่น การใช้คำถาม การใช้ตัวอย่างกระตุ้นความคิด การใช้แผนภาพ และการใช้สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เพื่อส่งเสริมวิธีการสอนและรูปแบบการสอนให้มีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้ให้มากยิ่งขึ้น ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความสุข และสามารถฝึกฝนทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ได้



Teacher Guide Overview

คณิตศาสตร์ ม.5

หน่วย การเรียนรู้	ตัวชี้วัด	ทักษะที่ได้	เวลาที่ใช้	การประเมิน	สื่อที่ใช้
1 เลขยกกำลัง	เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปเปอร์เซ็นต์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (มฐ. ค 1.1 ม.5/1)	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการเชื่อมโยง - ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ - ทักษะการวิเคราะห์ - ทักษะการให้เหตุผล - ทักษะการนำความรู้ไปใช้	10 ชั่วโมง	- ตรวจใบงานที่ 1.1-1.2 - ตรวจแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจ Exercise ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจผังมโนทัศน์ - ตรวจแฟ้มงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน
2 ฟังก์ชัน	ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด (มฐ. ค 1.2 ม.5/1)	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการเชื่อมโยง - ทักษะการเปรียบเทียบ - ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ - ทักษะการวิเคราะห์ - ทักษะการพิสูจน์ความจริง - ทักษะการนำความรู้ไปใช้	30 ชั่วโมง	- ตรวจใบงานที่ 2.1-2.5 - ตรวจแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจ Exercise ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจผังมโนทัศน์ - ตรวจแฟ้มงานหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน - QR Code

หน่วยการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	ทักษะที่ได้	เวลาที่ใช้	การประเมิน	สื่อที่ใช้
3 ลำดับและอนุกรม	เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ (มฐ. ค 1.2 ม.5/2)	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการหาแบบแผน - ทักษะการตีวิเคราะห์ - ทักษะการจำแนกประเภท - ทักษะการเชื่อมโยง - ทักษะการนำความรู้ไปใช้ - ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้	30 ชั่วโมง	- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจ Exercise ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจผังมโนทัศน์ - ตรวจการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - QR Code
4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา (มฐ. ค 1.3 ม.5/1)	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการตีความ - ทักษะกระบวนการคิดตัดสินใจ - ทักษะการเชื่อมโยง - ทักษะการเปรียบเทียบ - ทักษะการวิเคราะห์ - ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้	10 ชั่วโมง	- ตรวจใบงานที่ 4.1-4.2 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน - ตรวจ Exercise ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ - ประเมินการนำเสนอผลงาน - ตรวจผังมโนทัศน์ - ตรวจการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน - สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน	- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงาน



สารบัญ

Chapter Title	Chapter Overview	Teacher Script
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง	T2-T3	T4-T5
1.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม		T6-T9
1.2 รากที่ n ของจำนวนจริง		T10-T25
1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ		T26-T39
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1		T40-T43
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 พังก์ชัน	T44-T47	T48-T49
2.1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน		T50-T82
2.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น		T83-T91
2.3 ฟังก์ชันกำลังสอง		T92-T117
2.4 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล		T118-T124
2.5 ฟังก์ชันขั้นบันได		T125-T128
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 2		T129-T135
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ลำดับและอนุกรม	T136-T139	T140-T141
3.1 ลำดับ		T142-T163
3.2 อนุกรม		T164-T184
3.3 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ		T185-T189
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 3		T190-T193

Chapter Title	Chapter Overview	Teacher Script
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน	T194-T195	T196-T197
4.1 ดอกเบี้ย		T198-T211
4.2 มูลค่าของเงิน		T212-T218
4.3 ค่ารายงวด		T219-T223
ท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 4		T224-T227

Math in Real Life

T228-T229

อภิธานศัพท์

T230-T231

บรรณานุกรม

T232





Chapter Overview

แผนการจัด การเรียนรู้	สื่อที่ใช้	จุดประสงค์	วิธีสอน	ประเมิน	ทักษะที่ได้	คุณลักษณะ: อันพึงประสงค์
แผนฯ ที่ 1 เลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็ม 2 ชั่วโมง	- หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5	1. บอกความหมาย ของเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มได้ (K) 2. บอกสมบัติของ เลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มได้ (K) 3. หาค่าของเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มได้ (K) 4. ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา ได้อย่างเหมาะสม (P) 5. รับผิดชอบต่อหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย (A)	แบบนิรนัย (Deductive Method)	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.1 - ตรวจ Exercise 1.1 - การนำเสนอผลงาน - สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการ ทำงาน	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการ เชื่อมโยง - ทักษะกระบวนการ การคิดตัดสินใจ - ทักษะการ วิเคราะห์	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่น ในการทำงาน
แผนฯ ที่ 2 รากที่ n ของ จำนวนจริง 2 ชั่วโมง	- หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงานที่ 1.1	1. บอกความหมายของ รากที่ n ของจำนวนจริง และค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 2. บอกสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 3. หารากที่ n ของ จำนวนจริง และค่าหลัก ของรากที่ n ของ จำนวนจริงได้ (K) 4. เขียนจำนวนจริงให้อยู่ ในรูปอย่างง่ายโดยใช้ สมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (P) 5. สื่อสาร สื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และ นำเสนอเกี่ยวกับ รากที่ n ของจำนวนจริง ได้ (P) 6. รับผิดชอบต่อหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย (A)	Concept Based Teaching	- ตรวจใบงานที่ 1.1 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 - การนำเสนอผลงาน - สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการ ทำงาน	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการ เชื่อมโยง - ทักษะกระบวนการ การคิดตัดสินใจ - ทักษะการ วิเคราะห์	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่น ในการทำงาน

แผนการจัด การเรียนรู้	สื่อที่ใช้	จุดประสงค์	วิธีสอน	ประเมิน	ทักษะที่ได้	คุณลักษณะ: อันพึงประสงค์
แผนฯ ที่ 3 การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของ จำนวนจริงที่อยู่ใน รูปปรกติ 2 ชั่วโมง	- หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5	1. บอกสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริงได้ (K) 2. หาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหาร ของจำนวนจริงที่อยู่ใน รูปปรกติได้ (K) 3. เขียนแสดงขั้นตอน การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหาร ของจำนวนจริงที่อยู่ใน รูปปรกติได้ (P) 4. รับผิดชอบหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย (A)	Concept Based Teaching	- ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจ Exercise 1.2 - การนำเสนอผลงาน - สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการ ทำงาน	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการ เชื่อมโยง - ทักษะการนำ ความรู้ไปใช้ - ทักษะการ วิเคราะห์	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่น ในการทำงาน
แผนฯ ที่ 4 เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะ 4 ชั่วโมง	- หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 - ใบงานที่ 1.2	1. บอกสมบัติของ เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะและนำไปใช้ได้ (K) 2. นำความรู้ เรื่อง สมบัติ ของเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะไปใช้ ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ (K) 3. เขียนจำนวนที่อยู่ในรูป เลขยกกำลังให้อยู่ในรูป ปรกติ และเขียน จำนวนที่อยู่ในรูปปรกติ ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ได้ (P) 4. เขียนแสดงขั้นตอน การแก้สมการ เลขยกกำลังได้ (P) 5. เขียนแสดงขั้นตอน การแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้ เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะได้ (P) 6. รับผิดชอบหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย (A)	Concept Based Teaching	- ตรวจใบงานที่ 1.2 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3 - ตรวจ Exercise 1.3 - การนำเสนอผลงาน - ตรวจแบบฝึกทักษะ ประจำหน่วยการเรียนรู้ ที่ 1 - ตรวจผังมโนทัศน์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง - สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล - สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม - สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการ ทำงาน	- ทักษะการสังเกต - ทักษะการระบุ - ทักษะการ เชื่อมโยง - ทักษะการนำ ความรู้ไปใช้ - ทักษะการให้ เหตุผล - ทักษะการ วิเคราะห์	1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้ 3. มุ่งมั่น ในการทำงาน

ขั้นนำ

(Deductive Method)

กำหนดขอบเขตของปัญหา

1. ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนดูภาพหน้าหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ในหนังสือเรียน หน้า 2 แล้วร่วมกันสนทนาในชั้นเรียนถึงประโยชน์ของคาร์บอน-14 (C-14) ในการคำนวณหาอายุของวัตถุโบราณ จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “ธาตุกัมมันตรังสีนอกจากจะใช้คาร์บอน-14 (C-14) ในด้านธรณีวิทยาแล้ว ยังสามารถนำมาใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้หลายด้าน เช่น การใช้ไอโอดีน-131 (I-131) ในด้านการแพทย์ การใช้โคบอลต์-60 (Co-60) ในด้านการถนอมอาหาร”



เกร็ดแฉะครู

การเรียนการสอนของหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลัง ครูควรเลือกใช้วิธีการถาม-ตอบนักเรียน และยกตัวอย่างสถานการณ์ใกล้ตัว หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนเป็นกรณีศึกษา จนเกิดเป็นความรู้ ความเข้าใจ และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กิจกรรม เสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนมีระเบียบวินัย เช่น การแต่งกายมาโรงเรียนให้ถูกระเบียบ และก่อนเริ่มเรียนชั่วโมงแรกครูอาจสร้างข้อตกลงกับนักเรียนเกี่ยวกับความมีวินัย เช่น การส่งการบ้านหรือชิ้นงานควรส่งตรงตามเวลาที่กำหนด หากใครส่งไม่ตรงตามเวลาอาจถูกตัดคะแนนความรับผิดชอบ (ครูและนักเรียนร่วมกันสร้างข้อตกลงดังกล่าว)



หน่วยการเรียนรู้ที่

1

เลขยกกำลัง

คาร์บอน-14 (C-14) เป็นธาตุกัมมันตรังสีที่พบได้ในวัตถุต่าง ๆ เกือบทุกชนิดบนโลก ซึ่งมีประโยชน์ทางด้านธรณีวิทยา สามารถนำมาคำนวณหาอายุของวัตถุโบราณ และอายุซากฟอสซิลต่าง ๆ ได้ โดยใช้ค่าครึ่งชีวิต ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$N_{\text{เหลือ}} = \frac{N_{\text{เริ่มต้น}}}{2^{\frac{T}{t_{1/2}}}}$$

เมื่อ $N_{\text{เหลือ}}$ = ปริมาณของกัมมันตรังสีที่เหลือ

$N_{\text{เริ่มต้น}}$ = ปริมาณของกัมมันตรังสีเริ่มต้น

T = เวลาที่ใช้ในการสลายตัว

$t_{1/2}$ = ครึ่งชีวิต

ตัวชี้วัด

- เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปปรณท์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (ค 1.1 ม.5/1)

สาระการเรียนรู้แกนกลาง

- รากที่ n ของจำนวนจริง
- เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

Recall



ขั้นนำ

กำหนดขอบเขตของปัญหา

- ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างการใช้เลขยกกำลังที่พบเห็นในชีวิตจริง

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายตามพื้นฐานความรู้ เช่น การคำนวณดอกเบี้ยทบต้น การเพิ่มจำนวนของแบคทีเรีย)

หมายเหตุ : ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียน โดยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียน หน้า 3

กิจกรรม 21st Century Skills



ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-5 คน ร่วมกันสืบค้นจากอินเทอร์เน็ตในหัวข้อ “เลขยกกำลังที่พบเห็นในชีวิตจริง” มา กลุ่มละ 1 เรื่อง จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยใช้โปรแกรม Microsoft PowerPoint

หมายเหตุ : ครูควรจัดกลุ่มนักเรียนโดยความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (อ่อน ปานกลาง และเก่ง) ให้อยู่กลุ่มเดียวกัน



นักเรียนควรรู้

- ธาตุกัมมันตรังสี (radioactive element) หมายถึง ธาตุที่สามารถแผ่รังสีออกมาได้เองเนื่องจากนิวเคลียสของอะตอมไม่เสถียร และเป็นธาตุที่มีเลขอะตอมสูงกว่า 82

- ค่าครึ่งชีวิต (half life) หมายถึง ระยะเวลาที่ธาตุกัมมันตรังสีสลายตัวจนเหลือครึ่งหนึ่งของปริมาณที่มีอยู่เดิม ใช้สัญลักษณ์เป็น $t_{1/2}$

ตัวอย่างที่ 1

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้อย่างง่าย เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์

1) $(ab^2c^{-1})^2$

$$2) \left(\frac{a^{-2} b^4 c^{-1}}{a^3 b^2} \right)^{-3}$$

3) $\left(\frac{a^2 c^{-3}}{b^4}\right)^4 \left(\frac{c^{-1}}{a^3 b^4}\right)^{-5}$

$$4) \frac{a^{-2} - 2a^{-1} + 1}{a^{-2} - a^{-1}}$$

วิธีทำ 1) $(ab^2c^{-1})^2$

$$= a^2(b^2)^2(c^{-1})^2$$

$$= a^2 b^4 c^{-2}$$

$$= \frac{a^2 b^4}{c^2}$$

2) $\left(\frac{a^{-2}b^4c^{-1}}{a^3b^2}\right)^{-3}$

$$= (a^{-2-3} b^{4-2} c^{-1})^{-3}$$

$$= (a^{-5}b^2c^{-1})^{-3}$$

$$= (a^{-5})^{-3} (b^2)^{-3} (c^{-1})^{-3}$$

$$= a^{15} b^{-6} c^3$$

$$= \frac{a^{15} c^3}{b^6}$$

3) $\left(\frac{a^2 c^{-3}}{b^4}\right)^4 \left(\frac{c^{-1}}{a^3 b^4}\right)^{-5}$

$$= \frac{(a^2)^4 (c^{-3})^4}{(b^4)^4} \cdot \frac{(c^{-1})^{-5}}{(a^3)^{-5} (b^4)^{-5}}$$

$$= \frac{a^8 c^{-12}}{b^{16}} \cdot \frac{c^5}{a^{-15} b^{-20}}$$

$$= \frac{a^{8+15} c^{-12+5}}{b^{16-20}}$$

$$= \frac{a^{23} c^{-7}}{b^{-4}}$$

$$= \frac{a^{23} b^4}{c^7}$$

ATTENTION

รู้อย่างง่าย เป็นการจัดรูป
ของผลลัพธ์ที่ได้จากการ
ดำเนินการของเลขยกกำลัง
ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่
มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวน
เต็มบวก และฐานที่เป็น
จำนวนเดียวกัน จะมี
นิพจน์เดียว เช่น $a^{-3} \times a$
เขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
ได้เป็น $\frac{1}{a^2}$

ขั้นตอน

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

1. ครูอธิบายถึงการเขียนจำนวนในรูปร่างง่าย เป็นการจัดรูปของผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการของเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก และฐานที่เป็นจำนวนเดียวกัน จะมีแค่นิพจน์เดียว จากนั้นครูถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- $(a^{-4})^2$ เขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร
(คำตอบ $\frac{1}{a^8}$)
- $\frac{3}{(a^{-2})^3}$ เขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร
(คำตอบ $3a^6$)
- $\frac{1}{(a^{-1})^4} \cdot a^{-3}$ เขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
ได้อย่างไร
(คำตอบ $a^{-3} \cdot a^4 = a$)

จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียน
หน้า 5-6 บนกระดาน แล้วครูและนักเรียน
ร่วมกันอภิปรายการเขียนจำนวนในแต่ละข้อ
ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้
นักเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัย

กิจกรรมท้าทาย

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แล้วช่วยกันเขียน

$\frac{3\left(\frac{a^{-2}bc^3}{a^{-5}b^{-4}}\right)^{-2}}{a^{-1}b^2c}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อ a, b และ c

เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์

หมายเหตุ : ครูควรจัดกลุ่มนักเรียนโดยละความสามารถทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียน (อ่อน ปานกลาง และเก่ง) ให้อยู่กลุ่ม
เดียวกัน



นักเรียนควรรู้

- 1 นิพจน์** หมายถึง ข้อความที่เขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ เช่น $7, 3x^5, x + 3, x^2 - 3x + 9$
- 2 a** ในเรื่อง เลขยกกำลัง มีข้อตกลงในทางคณิตศาสตร์ว่า ตัวเลขที่ไม่มีเลขชี้กำลัง หมายถึง เลขยกกำลังนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1



ขั้นสอน

แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ

2. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียน หน้า 6 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 2 นักเรียนจะใช้สมบัติของ เลขยกกำลังใดในการหาค่าของ $81^6 \cdot 64^4 \cdot 6^{-23}$

(แนวตอบ 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2) $(a^m)^n = a^{mn}$

3) $(ab)^n = a^n b^n$

ใช้ทฤษฎี หลักการ

ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 6 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำ บนกระดาน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกัน ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

ตรวจสอบและสรุป

ครูถามคำถามนักเรียน เพื่อสรุปความรู้ เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ดังนี้ ถ้ากำหนดให้ a, b แทนจำนวนจริงใดๆ และ m, n แทนจำนวนเต็มบวก

• เลขยกกำลัง คืออะไร

(แนวตอบ การคูณจำนวนนั้นซ้ำๆ กัน)

• “ a ยกกำลัง n ” มีความหมายว่าอย่างไร

(แนวตอบ $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$)

• $a^m \cdot a^n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ a^{m+n})

• $(a^m)^n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ a^{mn})

• $(ab)^n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ $a^n b^n$)

$$\begin{aligned} 4) \frac{a^{-2} - 2a^{-1} + 1}{a^{-2} - a^{-1}} &= \frac{(a^{-2} - 2a^{-1} + 1)(a^2)}{(a^{-2} - a^{-1})(a^2)} \\ &= \frac{a^{-2+2} - 2a^{-1+2} + a^2}{a^{-2+2} - a^{-1+2}} \\ &= \frac{1 - 2a + a^2}{1 - a} \\ &= \frac{a^2 - 2a + 1}{-(a - 1)} \\ &= \frac{(a - 1)^2}{-(a - 1)} \\ &= -(a - 1)^{2-1} \text{ เมื่อ } a \neq 1 \\ &= -(a - 1) \text{ เมื่อ } a \neq 1 \\ &= 1 - a \text{ เมื่อ } a \neq 1 \end{aligned}$$



ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ที่ไม่เท่ากับศูนย์

$$1) (a^3 b^2 c^4)^3$$

$$2) \left(\frac{a^3 b^5 c^{-7}}{a^5 b^3} \right)^{-2}$$

$$3) \left(\frac{a^3 c^{-5}}{a^{-1} b^2} \right)^3 \left(\frac{b^2 c^5}{a^{-2} b^{-3}} \right)^{-4}$$

$$4) \frac{a^{-2} - 6a^{-1} + 9}{a^{-2} - 3a^{-1}}$$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.1
ข้อ 1, 3, 4

ตัวอย่างที่ 2

ให้หาค่าของ $81^6 \cdot 64^4 \cdot 6^{-23}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 81^6 \cdot 64^4 \cdot 6^{-23} &= (3^4)^6 \cdot (2^6)^4 \cdot (2 \cdot 3)^{-23} \\ &= 3^{24} \cdot 2^{24} \cdot 2^{-23} \cdot 3^{-23} \\ &= 3^{24-23} \cdot 2^{24-23} \\ &= 3 \cdot 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$



ลองทำดู

ให้หาค่าของ $125^5 \cdot 27^4 \cdot 15^{-13}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 2



เกร็ดแฉะครู

ครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับเลขยกกำลังว่า ถ้ากำหนดให้ a, b แทนจำนวนจริงใดๆ และ m, n แทนจำนวนเต็มบวก แล้ว $(a^m)^n \neq a^{m^n}$ เช่น $(3^2)^4 = 3^8$ แต่ $3^{2^4} = 3^{16}$ และควรเน้นย้ำเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มศูนย์ เลขยกกำลังนั้นจะมีค่าเท่ากับ 1 เช่น $5^0 = 1, -12^0 = 1$

กิจกรรม 21st Century Skills

ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

- กลุ่มละ 3-4 คน แล้วสืบค้นโจทย์เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ที่สอดคล้องกับสมบัติเลขยกกำลัง
- ให้นักเรียนนำโจทย์ที่สืบค้นมาแสดงวิธีการหาค่าของจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและหาค่าของจำนวนนั้น พร้อมทั้งบอกสมบัติเลขยกกำลังที่ใช้ในการหาคำตอบ
- ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อมูลผ่านโปรแกรม Microsoft PowerPoint หรือโปรแกรมนำเสนออื่นๆ ตามที่นักเรียนถนัด

หมายเหตุ : ครูควรจัดกลุ่มนักเรียนโดยความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (อ่อน ปานกลาง และเก่ง) ให้อยู่กลุ่มเดียวกัน



แบบฝึกทักษะ 1.1



ระดับพื้นฐาน

1. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์

- 1) $2^5 \cdot 3^0 \cdot 2^{-4}$
- 2) $\frac{3^7 \cdot 2^{-1}}{3^5 \cdot 2^{-3}}$
- 3) $32^4 \cdot 128^{-2}$
- 4) $\frac{27^7 \cdot 81^{-5}}{3^5 \cdot 9^{-2}}$
- 5) $a^2 b^4 a^{-4} b^{-2}$
- 6) $(ab^{-7} c^5 a^{-4} b^{11} c^{-3})^{-1}$
- 7) $\left(\frac{c^{-2}}{a^{-2} b^{-1}}\right)^3$
- 8) $\left(\frac{a^{-3} b^{-5}}{a^{-5} c^6}\right)^{-4}$
- 9) $\left(\frac{a^{-3} b^{-1} c^8}{b^2 c^2}\right)^5 \left(\frac{a^{-1} b^4}{a^2 c^{-1}}\right)^{-3}$
- 10) $\frac{b^{-2} + 4b^{-1} + 4}{b^{-2} + 2b^{-1}}$

2. ให้หาค่าของเลขยกกำลังต่อไปนี้

- 1) $5^3 \cdot 2^4 \cdot 10^{-2}$
- 2) $49^2 \cdot 27^2 \cdot 21^{-5}$
- 3) $\frac{16^6 \cdot 256^{-4}}{128^{-5}}$
- 4) $\frac{125^7 \cdot 35^{-20}}{2401^{-5}}$



ระดับกลาง

3. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์

- 1) $\frac{a^6 - a^4 + a^3}{a^4 - a^2 + a}$
- 2) $\frac{a^{-3} + 3a^{-2} + 3a^{-1} + 1}{a^{-3} + a^{-2}}$
- 3) $\frac{(a+1)^5 (a-1)^4}{(a^4 - 1)^2}$
- 4) $\frac{(a+b)^{n+2}}{a^{-3} b^2} \cdot \frac{ab^{-1} c^3}{(a+b)^{n-2}}$



ระดับท้าทาย

4. ให้พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ เพราะเหตุใด

- 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- 3) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
- 4) ถ้า $a^x > 1$ และ $0 < a < 1$ แล้ว $x > 0$

เลขยกกำลัง 7

ขั้นสรุป

ตรวจสอบและสรุป

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ $\frac{a^n}{b^n}$)
- $\frac{a^m}{a^n}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
(แนวตอบ a^{m-n})

ฝึกปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม โดยใช้เทคนิคคู่คิด (Think Pair Share) ดังนี้
 - ให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบของตนเองจากแบบฝึกทักษะ 1.1 ในหนังสือเรียนหน้า 7
 - ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน เพื่อแลกเปลี่ยนคำตอบกัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
 - ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.1 เป็นการบ้าน

ขั้นประเมิน

1. ครูตรวจแบบฝึกทักษะ 1.1
2. ครูตรวจ Exercise 1.1
3. ครูประเมินการนำเสนอผลงาน
4. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
5. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม
6. ครูสังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน

ข้อสอบเน้นการคิด

ค่าของ $3(3(3(-3)^{-2})^{-3})^{-1}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{9}$
3. $\frac{1}{27}$
4. $\frac{1}{81}$

$$\begin{aligned}
 (\text{เฉลยคำตอบ } 3(3(3(-3)^{-2})^{-3})^{-1} &= 3\left(3\left(3\left(\frac{1}{(-3)^2}\right)^{-3}\right)^{-1}\right) \\
 &= 3\left(3\left(3\left(\frac{1}{9}\right)^{-3}\right)^{-1}\right) \\
 &= 3\left(3\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right)^{-1} \\
 &= 3 \cdot 3^{-1} \cdot ((3^{-1})^{-3})^{-1} \\
 &= 3 \cdot 3^{-1} \cdot 3^3 \\
 &= 3^{-3} \\
 &= \frac{1}{27}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 3.)



แนวทางการวัดและประเมินผล

ครูสามารถวัดและประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม จากการทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ในขั้นฝึกปฏิบัติ โดยศึกษาเกณฑ์การวัดและประเมินผลจากแบบประเมินของแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

แบบประเมินผลการเรียนรู้									
ผู้เรียน: _____									
ข้อ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. เข้าใจเนื้อหา									
2. เข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหา									
3. เข้าใจขั้นตอนการนำเสนอ									
4. เข้าใจขั้นตอนการสรุป									
5. เข้าใจขั้นตอนการประเมินผล									
6. เข้าใจขั้นตอนการนำเสนอ									
7. เข้าใจขั้นตอนการสรุป									
8. เข้าใจขั้นตอนการประเมินผล									
9. เข้าใจขั้นตอนการนำเสนอ									
10. เข้าใจขั้นตอนการสรุป									
11. เข้าใจขั้นตอนการประเมินผล									
12. เข้าใจขั้นตอนการนำเสนอ									
13. เข้าใจขั้นตอนการสรุป									
14. เข้าใจขั้นตอนการประเมินผล									
15. เข้าใจขั้นตอนการนำเสนอ									
16. เข้าใจขั้นตอนการสรุป									
17. เข้าใจขั้นตอนการประเมินผล									
18. เข้าใจขั้นตอนการนำเสนอ									
19. เข้าใจขั้นตอนการสรุป									
20. เข้าใจขั้นตอนการประเมินผล									

ขั้นนำ (Concept Based Teaching)

การใช้ความรู้เดิม (Prior Knowledge)

ครูทบทวน เรื่อง รากที่ 2 และรากที่ 3 โดยถามคำถาม ดังนี้

- หาค่ารากที่ 2 ของ 16
(แนวตอบ รากที่ 2 ของ 16 คือ -4 และ 4 เพราะ $(-4)^2 = 16$ และ $4^2 = 16$)
- หาค่ารากที่ 3 ของ 8
(แนวตอบ รากที่ 3 ของ 8 คือ 2 เพราะ $2^3 = 8$)
- หาค่ารากที่ 3 ของ 5
(แนวตอบ รากที่ 3 ของ 5 คือ $\sqrt[3]{5}$ เพราะ $(\sqrt[3]{5})^3 = 5$)

ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

- ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในกรณีทั่วไป นักเรียนสามารถหาค่ารากที่ n ของจำนวนจริงได้ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 โดยให้แต่ละคนศึกษาและตอบคำถามจากกิจกรรม Investigation ในหนังสือเรียน หน้า 8
- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปความรู้ที่ได้รับจากกิจกรรม Investigation

เฉลย Investigation

- $6^2 = 36$ ดังนั้น 6 เป็นรากที่ 2 ของ 36
- $(-6)^2 = 36$ ดังนั้น -6 เป็นรากที่ 2 ของ 36
- $3^3 = 27$ ดังนั้น 3 เป็นรากที่ 3 ของ 27
- $(-3)^3 = -27$ ดังนั้น -3 เป็นรากที่ 3 ของ -27
- $3^4 = 81$ ดังนั้น 3 เป็นรากที่ 4 ของ 81
- $(-3)^4 = 81$ ดังนั้น -3 เป็นรากที่ 4 ของ 81
- $2^5 = 32$ ดังนั้น 2 เป็นรากที่ 5 ของ 32
- $2^6 = 64$ ดังนั้น 2 เป็นรากที่ 6 ของ 64
- $(-2)^6 = 64$ ดังนั้น -2 เป็นรากที่ 6 ของ 64
- $1^7 = 1$ ดังนั้น 1 เป็นรากที่ 7 ของ 1



เกร็ดแถมครู

การเรียนการสอนในหัวข้อนี้ ครูควรทบทวนความรู้ เรื่อง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ดังนี้

- ให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ
- รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ a
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ และ $-\sqrt{a}$
 - รากที่สามของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ a
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$

1.2 รากที่ n ของจำนวนจริง (n^{th} Root of Real Number)

ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนทราบมาแล้วว่า การหารากที่สองของศูนย์และจำนวนจริงบวกใดๆ คือ การหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงนั้น

ในทำนองเดียวกัน การหารากที่สามของจำนวนจริงใดๆ คือ การหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้จำนวนจริงนั้น เช่น การหารากที่สามของ 27 ทำได้โดยการหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ 27 ซึ่งจำนวนนั้น คือ 3 จึงได้ว่า 3 เป็นรากที่สามของ 27 ในระดับชั้นนี้นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับรากที่ n ในระบบจำนวนจริง

1. รากที่ n ของจำนวนจริง (n^{th} Root of Real Number)

Investigation

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- $6^2 = 36$ ดังนั้น 6 เป็นรากที่ 2 ของ 36
- $(-6)^2 =$
- $3^3 =$
- $(-3)^3 =$
- $3^4 =$
- $(-3)^4 =$
- $2^5 =$
- $2^6 =$
- $(-2)^6 =$
- $1^7 =$

จาก Investigation จะเห็นว่า จำนวนจริงใดๆ เขียนในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบางจำนวนสามารถจัดได้ทั้งฐานที่เป็นจำนวนบวกและฐานที่เป็นจำนวนลบ เช่น $81 = 3^4$ หรือ $81 = (-3)^4$ ซึ่งจะเรียก 3 และ -3 ว่าเป็นรากที่ 4 ของ 81 แต่บางจำนวนจัดได้เฉพาะฐานที่เป็นจำนวนบวกหรือฐานที่เป็นจำนวนลบอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น เช่น $27 = 3^3$ เรียก 3 ว่าเป็นรากที่ 3 ของ 27 หรือ $-27 = (-3)^3$ ซึ่งจะเรียก -3 ว่าเป็นรากที่ 3 ของ -27

8

ข้อสอบเน้นการคิด

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- รากที่ 2 ของ 49 คือ 7
- รากที่ 3 ของ -8 คือ -2
- รากที่ 4 ของ -16 คือ -2
- รากที่ 5 ของ 0.00032 คือ 0.02

(เฉลยคำตอบ)

- ผิด เพราะรากที่ 2 ของ 49 คือ -7 และ 7
- ถูก เพราะ $(-2)^3 = -8$
- ผิด เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสี่แล้วได้ -16
- ผิด เพราะรากที่ 5 ของ 0.00032 คือ 0.2
ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 2.)



ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

1. ครูเขียนโจทย์บนกระดาน เช่น

- 1) รากที่ 3 ของ -64 คือ -4
- 2) รากที่ 4 ของ 16 คือ -2 และ 2
- 3) รากที่ 5 ของ -1 คือ -1

แล้วถามคำถาม ดังนี้

- ข้อใดบ้างที่มีรากเป็นอันดับคู่ และคำตอบในแต่ละข้อมีกี่ค่า

(แนวตอบ ข้อ 2) มีรากที่ 4 เป็นรากอันดับคู่ และมีคำตอบ 2 ค่า คือ -2 และ 2)

- ข้อใดบ้างที่มีรากเป็นอันดับคี่ และคำตอบในแต่ละข้อมีกี่ค่า

(แนวตอบ ข้อ 1) และข้อ 3) มีรากที่ 3 และรากที่ 5 เป็นรากอันดับคี่ และมีคำตอบเพียงค่าเดียว คือ -4 และ -1 ตามลำดับ)

จากนั้นครูสรุปว่า รากอันดับคู่ที่มีคำตอบสองค่าจะมีค่าหลักเพียงค่าเดียวเท่านั้น คือค่าที่เป็นบวก นั่นคือ ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 16 คือ 2 และรากอันดับคี่ที่มีคำตอบเพียงค่าเดียว ซึ่งคำตอบที่ได้จะเป็นค่าหลักของราก นั่นคือ ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -64 คือ -4 และค่าหลักของรากที่ 5 ของ -1 คือ -1

2. ครูให้นักเรียนเขียนบทนิยามค่าหลักของรากที่ n ลงในสมุด จากหนังสือเรียน หน้า 10 แล้วยกตัวอย่างบนกระดาน เพื่อให้สอดคล้องกับบทนิยามดังกล่าว

3. ครูอธิบาย เรื่อง สัญลักษณ์ของเครื่องหมายกรณฑ์ที่ใช้แสดงอันดับรากของจำนวนจริง จาก ATTENTION ในหนังสือเรียน หน้า 10

นักเรียนจะเห็นว่า ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงใด ๆ มีเพียงหนึ่งค่าเท่านั้น ซึ่งอาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม

ให้ x และ y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 y เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ x ที่เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{x}$ ก็ต่อเมื่อ

1) y เป็นรากที่ n ของ x

2) $xy \geq 0$

สำหรับ $\sqrt[n]{x}$ อ่านว่า กรณฑ์ที่ n ของ x หรือ ค่าหลักของรากที่ n ของ x

จากบทนิยามอาจกล่าวได้ว่า ถ้า y เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ x แล้ว xy จะมีผลคูณเป็นจำนวนบวกหรือศูนย์

เช่น ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -8 คือ $\sqrt[3]{-8}$ หรือ -2

เพราะว่า $(-8) \times (-2) > 0$

ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 81 คือ $\sqrt[4]{81}$ หรือ 3

เพราะว่า $81 \times 3 > 0$

ค่าหลักของรากที่ 5 ของ -15 คือ $\sqrt[5]{-15}$

เพราะว่า $-15 \times \sqrt[5]{-15} > 0$

ในกรณีทั่วไปมีข้อสรุปเกี่ยวกับค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง x หรือ $\sqrt[n]{x}$ ดังนี้

1. ถ้า $x = 0$ แล้ว $\sqrt[n]{x} = 0$
2. ถ้า $x > 0$ แล้ว $\sqrt[n]{x}$ เป็นจำนวนจริงบวก
3. ถ้า $x < 0$ และ n เป็นจำนวนคี่ แล้ว $\sqrt[n]{x}$ เป็นจำนวนจริงลบ

ATTENTION

1. สัญลักษณ์ $\sqrt{\quad}$ เรียกว่า เครื่องหมายกรณฑ์ (radical sign)
2. รากที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{\quad}$ และเรียก n ว่า อันดับหรือดัชนี (index) ของกรณฑ์
3. กรณี กรณฑ์ที่ 2 ($n = 2$) เขียนแทนด้วย $\sqrt{\quad}$



สื่อ Digital

ครูอาจให้นักเรียนดูสื่อการเรียนรู้ผ่านทาง www.youtube.com โดยใช้คำสืบค้น ดังนี้

- ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง
- Principle n^{th} Root of Real Number

เช่น www.edlitv.thai.net

ข้อสอบเน้นการคิด

ค่าของ $\sqrt{81} + \sqrt[3]{0} - \sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

$$\begin{aligned} \text{(เฉลยคำตอบ)} \quad \sqrt{81} + \sqrt[3]{0} - \sqrt[3]{-\frac{27}{64}} &= \sqrt{9^2} + \sqrt[3]{0^3} - \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{4}\right)^3} \\ &= 9 + 0 - \left(-\frac{3}{4}\right) \\ &= 9\frac{3}{4} \end{aligned}$$



ชั้นสอน

เข้าใจ (Understanding)

- ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 12 และแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 2. ในหนังสือเรียน หน้า 21 จากนั้นให้ตรวจสอบคำตอบกับคู่ของตนเอง โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม โดยใช้เทคนิคคู่คิด (Think Pair Share) ดังนี้
 - ให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบของตนเอง ก่อน จากกิจกรรม Journal Writing ในหนังสือเรียน หน้า 12
 - ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน เพื่อแลกเปลี่ยนคำตอบกัน สนทนาซักถามซึ่งกันและกัน จนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
 - ครูสุ่มถามนักเรียน แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบ ดังนี้
 - จากกิจกรรม Journal Writing วิธีการหาคำตอบของตะวันมีการแบ่งช่วงอย่างไร (แนวตอบ แบ่งช่วงจำนวนที่พิจารณาออกเป็น 2 ช่วง)
 - นักเรียนคิดว่า วิธีใดที่ให้คำตอบที่เร็วกว่ากัน เพราะเหตุใด (แนวตอบ วิธีกาด้วยอย่างที 5 จะให้คำตอบที่เร็วกว่า เพราะมีการแบ่งช่วงที่พิจารณามากกว่า 2 ช่วง)
- ครูให้นักเรียนตรวจสอบค่าประมาณของ $\sqrt[3]{63}$ โดยใช้เครื่องคิดเลขจาก IT CORNER

เจดย Journal Writing

เห็นด้วย เพราะเป็นการหาค่าประมาณที่มีการแบ่งช่วงจำนวนที่พิจารณาออกเป็น 2 ช่วง แต่อาจจะได้ผลลัพธ์ที่ช้ากว่าวิธีในตัวอย่างที่ 5



เกร็ดแะครู

ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการตรวจสอบค่าประมาณว่า นอกจากจะใช้เครื่องคิดเลขในการตรวจสอบค่าประมาณแล้ว นักเรียนยังสามารถใช้โปรแกรมอื่นๆ ในการคำนวณ เช่น Microsoft Excel โปรแกรมคำนวณออนไลน์ Wolfram-Alpha



ลองทำดู

ให้หาค่าประมาณของ $\sqrt[3]{8.1}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 2



Journal Writing

ตะวันแสดงวิธีหาคำตอบจากตัวอย่างที่ 5 ดังนี้

เนื่องจาก $\sqrt[3]{27} = 3$ และ $\sqrt[3]{64} = 4$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3+4}{2}\right)^3 = (3.5)^3 = 42.875$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.5 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3.5+4}{2}\right)^3 = (3.75)^3 \approx 52.734$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.75 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3.75+4}{2}\right)^3 = (3.875)^3 \approx 58.186$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.875 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3.875+4}{2}\right)^3 = (3.9375)^3 \approx 61.047$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.9375 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3.9375+4}{2}\right)^3 = (3.96875)^3 \approx 62.512$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.96875 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3.96875+4}{2}\right)^3 = (3.984375)^3 \approx 63.253$

ดังนั้น $\sqrt[3]{63}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.984375 แต่ไม่ถึง 3.984375

เนื่องจาก $\left(\frac{3.96875+3.984375}{2}\right)^3 = (3.9765625)^3 \approx 62.882$

ดังนั้น $3.9765625 \approx 3.98$ เป็นค่าประมาณของ $\sqrt[3]{63}$

นักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการหาคำตอบของตะวันหรือไม่ เพราะเหตุใด

IT CORNER

นักเรียนสามารถใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ตรวจสอบค่าประมาณ $\sqrt[3]{63}$ โดยกดปุ่ม

$\sqrt[3]{\square}$ 6 3 =



ข้อสอบเน้นการคิด

ค่าประมาณของ $\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{98} + 4\sqrt[3]{48}$ มีค่าเท่ากับข้อใด
เมื่อกำหนด $\sqrt[3]{2} \approx 1.414$, $\sqrt[3]{3} \approx 1.732$ และ $\sqrt[3]{2} \approx 1.260$

- 1.638
- 1.789
- 1.798
- 1.889

(เฉลยคำตอบ)

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{98} + 4\sqrt[3]{48} &= 3\sqrt[3]{2} - 3(7\sqrt[3]{2}) + 4(4\sqrt[3]{3}) \\ &= 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} + 16\sqrt[3]{3} \\ &\approx 3(1.260) - 21(1.414) + 16(1.732) \\ &= 1.798\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 3.)

ตัวอย่างที่ 7

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

1) $\sqrt{32} + \sqrt{50}$

2) $\sqrt{49x} + \sqrt{16x}$

3) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2}$

4) $\sqrt[4]{81x} + \sqrt[4]{16x^5}$

วิธีทำ 1) $\sqrt{32} + \sqrt{50} = \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{25 \times 2}$
 $= \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{2}$
 $= 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
 $= 9\sqrt{2}$

2) $\sqrt{49x} + \sqrt{16x} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{x}$
 $= 7\sqrt{x} + 4\sqrt{x}$
 $= 11\sqrt{x}$

3) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8 \times 2} - \sqrt[3]{2}$
 $= \sqrt[3]{2^3 \times 2} - \sqrt[3]{2}$
 $= 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}$
 $= \sqrt[3]{2}$

4) $\sqrt[4]{81x} + \sqrt[4]{16x^5} = \sqrt[4]{3^4 \cdot x} + \sqrt[4]{2^4 \cdot (2x)^4 x}$
 $= 3\sqrt[4]{x} + 2x\sqrt[4]{x}$
 $= (3 + 2x)\sqrt[4]{x}$

ATTENTION

$p\sqrt{a} + q\sqrt{a} = (p + q)\sqrt{a}$
 $p\sqrt{a} - q\sqrt{a} = (p - q)\sqrt{a}$

ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

1) $\sqrt{75} + \sqrt{108}$

2) $\sqrt[3]{1458x} - \sqrt[3]{54x}$

3) $10\sqrt[4]{768} + \sqrt[4]{243}$

4) $\sqrt[5]{32x} - \sqrt[5]{243x^6}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2
ข้อ 5(1)-(8)

เลขยกกำลัง 15

ขั้นนำ (Concept Based Teaching)

การใช้ความรู้เดิม (Prior Knowledge)

ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับรากที่ n ของจำนวนจริง ค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริง และสมบัติของรากที่ n ของจำนวนจริง

ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

1. ครูยกตัวอย่างการหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ โดยถามคำถามดังนี้

- $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$ แต่ละพจน์มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันหรือไม่ และมีจำนวนภายในกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกันหรือไม่ (แนวตอบ มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน คือ อันดับสอง แต่จำนวนภายในกรณฑ์ไม่เป็นจำนวนเดียวกัน)

- นักเรียนสามารถจัด $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างไร (แนวตอบ $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$)

2. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างที่กล่าวมา จะเห็นว่า $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$ มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน คืออันดับสอง และมีจำนวนภายในกรณฑ์เหมือนกัน คือ 5 และนักเรียนสามารถใช้สมบัติการแจกแจงในการดึงตัวร่วม $\sqrt{5}$ ได้ ดังนี้

$$3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = (3 + 2 - 1)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

3. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียน หน้า 15 แล้วครูอธิบายซ้ำอีกครั้ง เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

เข้าใจ (Understanding)

ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 15 และแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 5. 1)-(8) ในหนังสือเรียน หน้า 22 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

ข้อสอบเน้น การคิดแนว O-NET

นิพจน์ $\sqrt[3]{81x^4} + 2\sqrt[3]{24x^4} + \sqrt[3]{-375x^4}$ เท่ากับเท่าใด

1. $-7\sqrt[3]{3x}$

2. $2\sqrt[3]{3x}$

3. $12x\sqrt[3]{3x}$

4. $10x\sqrt[3]{3x}$

5. $13x\sqrt[3]{3x}$

(เฉลยคำตอบ)

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{81x^4} + 2\sqrt[3]{24x^4} + \sqrt[3]{-375x^4} &= 3x\sqrt[3]{3x} + 2(2x)\sqrt[3]{3x} + (-5x)\sqrt[3]{3x} \\ &= 3x\sqrt[3]{3x} + 4x\sqrt[3]{3x} + 5x\sqrt[3]{3x} \\ &= (3x + 4x + 5x)\sqrt[3]{3x} \\ &= 12x\sqrt[3]{3x}\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 3.)



เกร็ดแถมครู

ครูเน้นย้ำ เรื่อง การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ จะต้องมีย่อตกลง คือ อันดับของกรณฑ์ต้องเป็นอันดับเดียวกัน และจำนวนที่อยู่ในภายใต้กรณฑ์ต้องเป็นจำนวนเดียวกัน ซึ่งจำนวนที่นำมาบวกลบกันจะต้องจัดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายก่อน เช่น

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{40} &= \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5^4} - \sqrt[3]{2^3 \times 5} \\ &= \sqrt[3]{5} + 5\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} \\ &= (1 + 5 - 2)\sqrt[3]{5} \\ &= 4\sqrt[3]{5}\end{aligned}$$



ชั้นสอน

รู้ (Knowing)

- ครูกล่าวว่า นอกจากการหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์แล้ว นักเรียนยังสามารถหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ โดยมีเงื่อนไขว่า จะต้องมีอันดับของกรณฑ์ที่เท่ากันก่อน แล้วใช้สมบัติของรากที่ n จากนั้นครูยกตัวอย่างบนกระดานแล้วถามคำถาม ดังนี้

• $\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8}$ กรณฑ์ที่จะนำมาคูณกันมีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันหรือไม่
(แนวตอบ มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน คือ อันดับสอง)

• $\sqrt[3]{625}$ กรณฑ์ที่จะนำมาหารกันมีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันหรือไม่
(แนวตอบ มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน คือ อันดับสาม)

- ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ สามารถทำได้ โดยใช้สมบัติของรากที่ n ดังนี้ ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

$$1. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \text{เมื่อ } b \neq 0$$

- ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีหาผลลัพธ์ของตัวอย่างข้างต้น

$$(\text{แนวตอบ } \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 4 \times 8})$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 8$$

$$= \sqrt[3]{625} = \sqrt[3]{\frac{625}{5}} = \sqrt[3]{125} = 5)$$

- ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 8 ในหนังสือเรียนหน้า 16 จากนั้นครูอธิบายตัวอย่างที่ 8 อีกครั้งเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

4. การหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ (Multiplication and Division of Radicals)

กรณฑ์ที่จะนำมาหาผลคูณและผลหาร จะต้องมียกอันดับของกรณฑ์ที่เท่ากันก่อน โดยใช้สมบัติของรากที่ n ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

$$1) \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$$

$$2) \sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{9}$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{-160}}{\sqrt[3]{20}}$$

$$4) \frac{\sqrt[5]{128}}{\sqrt[5]{4}}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 1) \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} &= \sqrt{2 \times 3 \times 6} \\ &= \sqrt{6 \times 6} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{9} &= \sqrt[3]{3 \times 5 \cdot 3 \times 5 \cdot 3 \times 3} \\ &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \cdot 3 \times 3 \times 3} \\ &= 5 \times 3 \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \frac{\sqrt[3]{-160}}{\sqrt[3]{20}} &= \sqrt[3]{\frac{-160}{20}} \\ &= \sqrt[3]{-8} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \frac{\sqrt[5]{128}}{\sqrt[5]{4}} &= \sqrt[5]{\frac{128}{4}} \\ &= \sqrt[5]{32} \\ &= 2 \end{aligned}$$



ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

$$1) \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$$

$$2) \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{9}$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{270}}{\sqrt[3]{10}}$$

$$4) \frac{\sqrt[5]{2048}}{\sqrt[5]{2}}$$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2
ข้อ 3(4)-(6)



เกร็ดแนะครู

ครูเน้นย้ำ เรื่อง การหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ว่ามีข้อตกลง คือ อันดับของกรณฑ์ต้องเป็นอันดับเดียวกัน โดยใช้สมบัติของรากที่ n เช่น

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{40}} &= \sqrt[3]{\frac{25 \cdot 25}{40}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{625}{40}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{125}{8}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{5^3}{2^3}} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

ข้อสอบเน้น การคิดแนว O-NET

นิพจน์ $\frac{\sqrt[4]{243x^5} + 5\sqrt[4]{48x^5}}{\sqrt[4]{768x^5}}$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{13}{2}$ 2. $\frac{13}{4}$ 3. $\frac{15}{2}$ 4. $\frac{15}{4}$ 5. $\frac{17}{4}$

$$\begin{aligned} (\text{เฉลยคำตอบ } \frac{\sqrt[4]{243x^5} + 5\sqrt[4]{48x^5}}{\sqrt[4]{768x^5}} &= \frac{\sqrt[4]{(3^4)(3)x^5} + 5\sqrt[4]{(2^4)(3)x^5}}{\sqrt[4]{(4^4)(3)x^5}} \\ &= \frac{\sqrt[4]{(3x)^4 3x} + 5\sqrt[4]{(2x)^4 3x}}{\sqrt[4]{(4x)^4 3x}} \\ &= \frac{3x\sqrt[4]{3x} + 5(2x)\sqrt[4]{3x}}{4x\sqrt[4]{3x}} \\ &= \frac{(3x + 10x)\sqrt[4]{3x}}{4x\sqrt[4]{3x}} \\ &= \frac{13x\sqrt[4]{3x}}{4x\sqrt[4]{3x}} \\ &= \frac{13}{4} \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 2.)

ตัวอย่างที่ 9

ให้หาผลลัพธ์ของ

1) $(3 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2})$

$$2) (\sqrt{3} + 1)^2$$

วิธีทำ 1) $(3 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2}) = 12 - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2$
 $= 10 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} 2) (\sqrt{3} + 1)^2 &= 3 + 2\sqrt{3} + 1 \\ &= 4 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

PROBLEM SOLVING TIP

นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์
โดยคุณตามลกฎ ดังรูป

$$(3 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2})$$



ລອບກຳດູ

ให้หาผลลัพธ์ของ

1) $(7 + 2\sqrt{3})(5 - \sqrt{3})$

$$2) \quad (4 - 3\sqrt{2})^2$$

3) $(3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5})$

4) $(3\sqrt{6} + 4\sqrt{2})^2$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2
ข้อ 5(9)-(12)

Class Discussion

ให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากลองทำดูได้ด้วยยาที่ 9 ข้อ 1), 2) และ 4) ผลคูณของจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ และจากข้อ 3) ผลคูณของจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะหรือไม่ และมีรูปแบบของผลคูณเป็นอย่างไร
2. จากรูปแบบในข้อ 1. นักเรียนคิดว่าเงื่อนไขใดที่ทำให้ผลคูณของจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน เป็นจำนวนตรรกยะ

จาก Class Discussion จะเห็นว่า ผลคูณของจำนวนตรรกยะ 2 จำนวน ที่อยู่ในรูปการคูณของ $(p + q\sqrt{a})(p - q\sqrt{a})$ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนตรรกยะ ซึ่งจะเรียก $p + q\sqrt{a}$ ว่าเป็น สังยุค (conjugate) ของ $p - q\sqrt{a}$ และจะได้ว่า $p - q\sqrt{a}$ เป็นสังยุคของ $p + q\sqrt{a}$ ด้วย

ให้ p , q และ a เป็นจำนวนตรรกยะ โดยที่ $a > 0$ จะได้ว่า $(p + q\sqrt{a})$ และ $(p - q\sqrt{a})$ เป็นสังยุคซึ่งกันและกัน

ATTENTION

จากสังยุคที่กล่าวมาข้างต้น ถ้า $a = 0$ แล้วจะได้จำนวนตรรกยะจำนวนเดียว คือ p นั่นคือ $p + q\sqrt{0} = p$ หรือ $p - q\sqrt{0} = p$



เลขยกกำลัง | 17

กิจกรรมสร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วทำกิจกรรมต่อไปนี้

- หาสัญญะของจำนวนจริงมา 1 คู่ ที่ได้ผลคูณเท่ากับ 1
 - หาสัญญะของจำนวนจริงมา 1 คู่ ที่ได้ผลคูณเท่ากับ 3
- หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนอ่านจับคู่กัน

IQ **Class Discussion**

- ข้อ 1. จากข้อ 1), 2) และ 4) ผลคูณของจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะ
- จากข้อ 3) ผลคูณของจำนวน 2 จำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะ และมีรูปแบบของผลคูณอยู่ในรูป $(p + q\sqrt{a})(p - q\sqrt{a})$ เมื่อ p, q และ a เป็นจำนวนอตรรกยะ โดยที่ $a > 0$
- ข้อ 2. เงื่อนไขที่ทำให้ผลคูณของจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน จะต้องอยู่ในรูปของสูตรผลต่างกำลังสอง นั่นคือ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

ขั้นตอน

เข้าใจ (Understanding)

ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน
หน้า 16 และแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 3. 4)-6) แล้ว
ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบบนกระดาน
โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

§ (Knowing)

ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียน หน้า 17 จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อ แล้วครูอธิบายตัวอย่างที่ 9 ซ้ำอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

เข้าใจ (Understanding)

1. ครูให้นักเรียนจับคู่แล้วทำกิจกรรมดังนี้
 - ให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 17 และแบบฝึกทักษะ 2.1 ข้อ 5. 9)-(12) ในหนังสือเรียน หน้า 22
 - ให้นักเรียนทำกิจกรรม Class Discussion ในหนังสือเรียน หน้า 17 แล้วตอบคำถามจากกิจกรรมในแต่ละข้อ
2. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ของ “ลองทำดู” และแบบฝึกทักษะ 2.1 ในแต่ละข้อ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนตอบคำถามกิจกรรม Class Discussion
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมว่า ผลคูณของจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวน ที่อยู่ในรูปการคูณของ $(p + q\sqrt{a})(p - q\sqrt{a})$ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนตรรกยะ ซึ่งเรียก $p + q\sqrt{a}$ ว่าเป็น สังยุค ของ $p - q\sqrt{a}$ และจะได้ว่า $p - q\sqrt{a}$ เป็นสังยุคของ $p + q\sqrt{a}$ ด้วย ดังนั้นเมื่อ p, q และ a เป็นจำนวนตรรกยะ โดยที่ $a > 0$ จะได้ว่า $(p + q\sqrt{a})$ และ $(p - q\sqrt{a})$ เป็นสังยุคซึ่งกันและกัน ถ้า $a = 0$ จะได้จำนวนตรรกยะจำนวนเดียวกัน คือ p นั่นคือ $p + q\sqrt{0} = p$ หรือ $p - q\sqrt{0} = p$



ชั้นสอน

รู้ (Knowing)

1. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียน หน้า 18 การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ โดยแนะนำให้นักเรียนดูกรอบ PROBLEM SOLVING TIP เพื่อช่วยในการทำโจทย์

2. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 11 บนกระดานอย่างละเอียด เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ที่ต้องใช้สัญลักษณ์ในการหาคำตอบ แล้วสามารถใช้สัญลักษณ์ในการประยุกต์ใช้กับโจทย์อื่นๆ ได้ดังตัวอย่างที่ 12-14 จากนั้นครูถามคำถามนักเรียนดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียน $\frac{12}{\sqrt{3}}$ ให้อยู่ในรูปที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ได้อย่างไร

(แนวตอบ $\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$)

- สัญลักษณ์ของ $5 + \sqrt{3}$ เป็นจำนวนใด

(แนวตอบ สัญลักษณ์ของ $5 + \sqrt{3}$ คือ $5 - \sqrt{3}$)

- นักเรียนสามารถใช้วิธีใดในการแยกตัวประกอบของ $(3 - \sqrt{5})^2$

(แนวตอบ ใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ คือ

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3 - \sqrt{5})^2 = 3^2 - 2(3)(\sqrt{5}) + (\sqrt{5})^2$$

$$= 9 - 6\sqrt{5} + 5$$

$$= 14 - 6\sqrt{5}$$

จากที่กล่าวมาข้างต้น นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 10

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

1) $\frac{6}{\sqrt{2}}$

2) $\frac{7}{2 + \sqrt{3}}$

วิธีทำ 1) $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

2) $\frac{7}{2 + \sqrt{3}} = \frac{7}{2 + \sqrt{3}} \cdot \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

$$= \frac{7(2 - \sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{14 - 7\sqrt{3}}{4 - 3}$$

$$= 14 - 7\sqrt{3}$$

PROBLEM SOLVING TIP

$2 + \sqrt{3}$ และ $2 - \sqrt{3}$ เป็นสังยุคซึ่งกันและกัน



ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

1) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

2) $\frac{22}{4 + \sqrt{5}}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2
ข้อ 4, 7, 11, 12

ตัวอย่างที่ 11

จัดรูป $(4 - \sqrt{6})^2 - \frac{6}{3 - \sqrt{6}}$ ให้อยู่ในรูปของ $a + b\sqrt{6}$

วิธีทำ $(4 - \sqrt{6})^2 - \frac{6}{3 - \sqrt{6}} = [4^2 - 2(4)(\sqrt{6}) + (\sqrt{6})^2] - \frac{6}{3 - \sqrt{6}} \cdot \frac{3 + \sqrt{6}}{3 + \sqrt{6}}$

$$= (22 - 8\sqrt{6}) - \frac{6(3 + \sqrt{6})}{3^2 - (\sqrt{6})^2}$$

$$= (22 - 8\sqrt{6}) - \frac{6(3 + \sqrt{6})}{9 - 6}$$

$$= (22 - 8\sqrt{6}) - \frac{6(3 + \sqrt{6})}{3}$$

$$= (22 - 8\sqrt{6}) - 2(3 + \sqrt{6})$$

$$= 16 - 10\sqrt{6}$$



เกร็ดแฉะครู

ครูควรเน้นย้ำการทำตัวส่วนของเศษส่วนให้เป็นจำนวนเต็ม โดยใช้วิธีการสังยุค คือ ถ้าโจทย์ที่มีตัวส่วนอยู่ในรากที่ 2 ให้ใช้วิธีการเอาสังยุคของจำนวนนั้นคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน และครูควรทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ และใช้วิธีผลต่างกำลังสอง : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ก่อนอธิบายตัวอย่างที่ 11

ข้อสอบเน้นการคิดแนว O-NET

ถ้า $x = \sqrt{2} - 1$ แล้ว $\frac{x+1}{x-1}$ มีค่าเท่าใด

1. $3 + \sqrt{2}$

2. $-2 + \sqrt{2}$

3. $2 - \sqrt{2}$

4. $1 - \sqrt{2}$

5. $-1 - \sqrt{2}$

(เฉลยคำตอบ

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{(\sqrt{2}-1)+1}{(\sqrt{2}-1)-1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2} \cdot \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2})^2 - 2^2}$$

$$= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2 - 4}$$

$$= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{-2}$$

$$= -1 - \sqrt{2}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 5.)



ลองทำดู

จัดรูป $(2 + \sqrt{5})^2 + \frac{8}{3 - \sqrt{5}}$ ให้อยู่ในรูปของ $a + b\sqrt{5}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 8

ตัวอย่างที่ 12

กำหนดสมการ $x\sqrt{12} = x\sqrt{7} + \sqrt{3}$ มีคำตอบของสมการ คือ $\frac{p + \sqrt{q}}{5}$
เมื่อ p และ q เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ให้หาค่าของ p และ q

วิธีทำ

$$x\sqrt{12} = x\sqrt{7} + \sqrt{3}$$

$$x\sqrt{12} - x\sqrt{7} = \sqrt{3}$$

$$x(\sqrt{12} - \sqrt{7}) = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{7}}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{12} + \sqrt{7}}{\sqrt{12} + \sqrt{7}}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{7})}{(\sqrt{12})^2 - (\sqrt{7})^2}$$

$$x = \frac{\sqrt{36} + \sqrt{21}}{12 - 7}$$

$$x = \frac{6 + \sqrt{21}}{5}$$

ดังนั้น จะได้ $p = 6$ และ $q = 21$

ลองทำดู

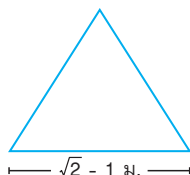
กำหนดสมการ $x\sqrt{8} = x\sqrt{6} + \sqrt{2}$ มีคำตอบของสมการ คือ $p + \sqrt{q}$
เมื่อ p และ q เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ให้หาค่าของ p และ q

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 13

ตัวอย่างที่ 13

รูปสามเหลี่ยมมุมหนึ่งมีพื้นที่ $3 - \sqrt{2}$ ตารางเมตร มีความยาวฐาน $\sqrt{2} - 1$ เมตร ให้หาความสูงของรูปสามเหลี่ยมนี้ และตอบในรูปของ $a + b\sqrt{2}$ เมตร เมื่อ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ



เลขยกกำลัง 19

ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

3. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 12 ในหนังสือเรียน หน้า 19 จากนั้นครูอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้งหนึ่ง เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

4. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนแสดงวิธีหาค่าของ y ที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์ ดังนี้

$$\bullet y\sqrt{27} = y\sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$(\text{แนวคิด } y\sqrt{27} = y\sqrt{6} + \sqrt{3})$$

$$y\sqrt{27} - y\sqrt{6} = \sqrt{3}$$

$$y(\sqrt{27} - \sqrt{6}) = \sqrt{3}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27} - \sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27} - \sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{27} + \sqrt{6}}{\sqrt{27} + \sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{27} + \sqrt{6})}{(\sqrt{27})^2 - (\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{81} + \sqrt{18}}{27 - 6}$$

$$= \frac{9 + 3\sqrt{2}}{21} = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}$$

เข้าใจ (Understanding)

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม โดยใช้เทคนิคคู่คิด (Think Pair Share) ดังนี้

- ให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบของตนเอง จาก “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 18-19
- ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน เพื่อแลกเปลี่ยนคำตอบกัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
- ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ในหนังสือเรียน หน้า 22-23 ข้อ 7-8. เป็นการบ้าน

ข้อสอบเน้น การคิด

ให้ a เป็นจำนวนจริง ซึ่ง a , $a + 3$ และ $a + 5$ เป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ เท่ากับข้อใด

1. $15 + 7\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

2. $15 + 3\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

3. $10 + 3\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

4. $15 + \sqrt{5}$ ตารางหน่วย

(เฉลยคำตอบ หาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละด้าน โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้

$$(a + 5)^2 = (a + 3)^2 + a^2$$

$$a^2 + 10a + 25 = a^2 + 6a + 9 + a^2$$

$$a^2 - 4a - 16 = 0$$

$$a = 2 \pm 2\sqrt{5}$$

เนื่องจากความยาวติดลบไม่ได้ ดังนั้น $a = 2 + 2\sqrt{5}$

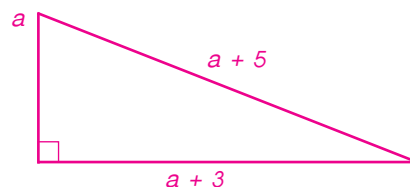
จะได้ ความยาวแต่ละด้านเท่ากับ $2 + 2\sqrt{5}$, $5 + 2\sqrt{5}$ และ $7 + 2\sqrt{5}$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ $\frac{1}{2} \times (2 + 2\sqrt{5}) \times (5 + 2\sqrt{5})$

$$= \frac{1}{2} \times 2(1 + \sqrt{5}) \times (5 + 2\sqrt{5})$$

$$= (1 + \sqrt{5})(5 + 2\sqrt{5}) = 15 + 7\sqrt{5} \text{ ตารางหน่วย}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 1.)





ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 13 ในหนังสือเรียน หน้า 19-20 จากนั้นครูอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัย

เข้าใจ (Understanding)

ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 20 และแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 10. หน้า 23 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน แล้วครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน คละความสามารถทางคณิตศาสตร์ แล้วตอบคำถาม “Thinking Time” ในหนังสือเรียน หน้า 20 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

วิธีทำ ให้รูปสามเหลี่ยมมีความสูง h เมตร

และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

$$3 - \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{2} - 1) \times h$$

$$6 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1) \times h$$

$$h = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} + 6 - 2\sqrt{4} - 2\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{2 + 4\sqrt{2}}{2 - 1}$$

$$= 2 + 4\sqrt{2}$$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความสูง $2 + 4\sqrt{2}$ เมตร



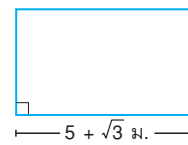
ลองทำดู

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ $7 - \sqrt{3}$ ตารางเมตร

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปนี้มีด้านยาวเป็น $5 + \sqrt{3}$ เมตร ให้หา

ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมรูปนี้ และตอบในรูปของ

$a + b\sqrt{3}$ เมตร เมื่อ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ



ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2
ข้อ 10, 14



Thinking Time

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- นักเรียนจะแก้สมการ $x^2 - 3x + 2 = 0$ โดยใช้วิธีใด และคำตอบที่ได้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ
- นักเรียนจะแก้สมการ $x^2 + 2x - 1 = 0$ โดยใช้วิธีใด และคำตอบที่ได้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ
- จากสูตรคำตอบของสมการกำลังสอง $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ให้อธิบายว่าคำตอบของสมการที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะกรณีใด
- คำตอบที่เป็นจำนวนตรรกยะทั้งสองคำตอบของสมการจะเป็นสังยุคซึ่งกันและกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

เฉลย Thinking Time

ข้อ 1. แก้สมการ $x^2 - 3x + 2 = 0$

โดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ดังนี้

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x = 1, 2$$

ข้อ 2. แก้สมการ $x^2 + 2x - 1 = 0$

โดยใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ดังนี้

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ $-1 \pm \sqrt{2}$ ซึ่งเป็นจำนวนอตรรกยะ

ข้อ 3. จากสูตรคำตอบของสมการกำลังสอง $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

โดยที่ a, b และ c เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ และ $a \neq 0$

ถ้า $\sqrt{b^2 - 4ac}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

แล้ว $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ถ้า $\sqrt{b^2 - 4ac}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

แล้ว $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

ข้อ 4. เป็น เพราะจากสูตรคำตอบของสมการกำลังสอง

จะได้ว่า $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

และ $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



ขั้นสอน

เข้าใจ (Understanding)

- ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม โดยใช้เทคนิคคู่คิด (Think Pair Share) ดังนี้
 - ให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบของตนเอง จาก “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 21 และแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 9. ในหนังสือเรียน หน้า 23
 - ให้นักเรียนแต่ละคู่แลกเปลี่ยนคำตอบกัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
 - ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีการหาเซตคำตอบของสมการบนกระดาน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.2 ในแบบฝึกหัดเป็นกรบ้าน

ลงมือทำ (Doing)

- ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม ดังนี้
- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน คละความสามารถทางคณิตศาสตร์
 - ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ ในหนังสือเรียน หน้า 23 ข้อ 11.-14. โดยที่สมาชิกทุกคนต้องเข้าใจวิธีทำในข้อนั้นๆ
 - ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

3. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

- | | |
|---|---|
| 1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ | 2) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{64}$ |
| 3) $\sqrt[5]{1024} \div \sqrt[4]{16}$ | 4) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{32}$ |
| 5) $\sqrt[5]{27} \cdot \sqrt[5]{27} \cdot \sqrt[5]{81}$ | 6) $\sqrt[4]{5184} \div \sqrt[4]{4}$ |

4. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณท์

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ | 2) $\frac{4}{3\sqrt{8}}$ |
| 3) $\frac{7}{2 + \sqrt{3}}$ | 4) $\frac{4}{8 - 2\sqrt{6}}$ |

5. ให้หาผลลัพธ์ของ

- | | |
|---|--|
| 1) $\sqrt{112} + \sqrt{28}$ | 2) $\sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{27}$ |
| 3) $\sqrt{81x} + \sqrt{25x}$ | 4) $\sqrt{50x} + \sqrt{18x} - \sqrt{2x}$ |
| 5) $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{2}$ | 6) $\sqrt[5]{729} + \sqrt[5]{486}$ |
| 7) $\sqrt{240} - \sqrt{12} \cdot \sqrt{45}$ | 8) $\frac{\sqrt{245} - \sqrt{20}}{\sqrt{500}}$ |
| 9) $(5 + \sqrt{2})(6 - 3\sqrt{2})$ | 10) $(3 + 2\sqrt{6})^2$ |
| 11) $(9 - 2\sqrt{5})(9 + 2\sqrt{5})$ | 12) $(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{7} - 3\sqrt{5})$ |

😊 ระดับกลาง

6. ให้หาค่าของ

- | | |
|----------------------|-------------------------------|
| 1) $\sqrt[3]{0.001}$ | 2) $\sqrt[5]{\frac{1}{3125}}$ |
|----------------------|-------------------------------|

7. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณท์

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{5}{4\sqrt{3} - 2}$ | 2) $\frac{4}{2\sqrt{6} + 7}$ |
| 3) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5} + 8}$ | 4) $\frac{8}{2\sqrt{5} + 3} - \frac{4}{2\sqrt{5} - 3}$ |
| 5) $\frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{32}}{3}$ | 6) $\frac{4}{\sqrt{27}} - \frac{\sqrt{18}}{4} + \frac{4}{\sqrt{3}}$ |

ข้อสอบเน้นการคิดแนว O-NET

ถ้า $\sqrt{x^2 + 5} = 2x - 1$ แล้ว $|x - 3|$ เท่ากับข้อใด

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4 5. 5

(เฉลยคำตอบ จากสมการ $\sqrt{x^2 + 5} = 2x - 1$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $(\sqrt{x^2 + 5})^2 = (2x - 1)^2$

$$x^2 + 5 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 2) = 0$$

นั่นคือ $3x + 2 = 0$ หรือ $x - 2 = 0$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ หรือ } x = 2$$

ตรวจคำตอบของสมการ

เมื่อ $x = -\frac{2}{3}$ จะได้สมการเป็นเท็จ เมื่อ $x = 2$ จะได้สมการเป็นจริง

นั่นคือ $|x - 3| = |2 - 3| = 1$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 1.)



$$7) \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{4}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{27}}{3} \right)$$

$$8) \frac{6}{\sqrt{2}} \left(\frac{3}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{128}}{3} \right)$$

$$9) \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2}{\sqrt{4}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}} \right)$$

$$10) \frac{2}{\sqrt{50}} (\sqrt[4]{800} + \sqrt[4]{200})$$

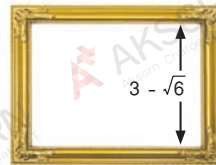
8. กำหนด $h = 3 + \sqrt{2}$ ให้หาค่าของ $\frac{h^2 + 1}{h - 2}$ และตอบในรูป $p + q\sqrt{2}$ โดยที่ p และ q เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

9. ให้แก้สมการต่อไปนี้

$$1) \sqrt{11x^2 + 45} = 4x$$

$$2) \sqrt{3x + 2} = 3x$$

10. กรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหนึ่งมีพื้นที่ด้านใน $\sqrt{24}$ ตารางฟุต ถ้าด้านในของกรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง $3 - \sqrt{6}$ ฟุต ให้หาความยาวด้านในของกรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และตอบในรูป $a + b\sqrt{6}$ ฟุต เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ



ระดับท้าทาย

11. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

$$1) \frac{13}{(\sqrt{3} + 4)^2}$$

$$2) \frac{3}{(\sqrt{2} + 6)^2} + \frac{5}{(\sqrt{2} - 6)^2}$$

$$3) \frac{3\sqrt{2} - 6}{6 + 3\sqrt{2}}$$

$$4) \frac{\sqrt{48} - \sqrt{50}}{\sqrt{27} - \sqrt{8}}$$

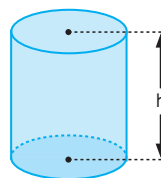
12. กำหนด $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ และ $b = \frac{1 + a}{1 - a}$ ให้หาค่าต่อไปนี้

$$1) b$$

$$2) b - \frac{1}{b}$$

13. ให้แก้สมการ $x\sqrt{7} = x\sqrt{2} + \sqrt{32}$ และตอบในรูป $\frac{a + b\sqrt{14}}{5}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

14. กระป๋องทรงกระบอกมีปริมาตร $(6 + 2\sqrt{3})\pi$ ลูกบาศก์เซนติเมตร มีรัศมีที่ฐานยาว $1 + \sqrt{3}$ เซนติเมตร ให้หาความสูงของทรงกระบอก และตอบในรูป $a + b\sqrt{3}$ เซนติเมตร เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ



เลขยกกำลัง 23

ขั้นสรุป

ครูถามคำถามนักเรียน เพื่อสรุปความรู้ เรื่อง การหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของ จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ดังนี้

ให้ p , q และ a เป็นจำนวนตรรกยะ โดยที่ $a > 0$

- $p\sqrt{a} + q\sqrt{a}$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ $(p + q)\sqrt{a}$)

- $p\sqrt{a} - q\sqrt{a}$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ $(p - q)\sqrt{a}$)

- สามารถหาผลคูณและผลหารของ

จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้อย่างไร

(แนวตอบ กรณฑ์ที่นำมาคูณและหาร จะต้อง มีอันดับของกรณฑ์ที่เท่ากัน โดยใช้สมบัติ รากที่ n)

- สังเกตของ $p + q\sqrt{a}$ เท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ $p - q\sqrt{a}$)

ขั้นประเมิน

1. ครูตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2
2. ครูตรวจ Exercise 1.2
3. ครูประเมินการนำเสนอผลงาน
4. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
5. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม
6. ครูสังเกตความมีวินัย ไม่เรียนรู้อยู่นิ่งในการทำงาน

กิจกรรม สร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันหาจำนวนต่อไปนี้ $\sqrt{2^5}, \sqrt{4^6}, \sqrt[3]{5^9}, \sqrt[4]{6^{12}}, \sqrt[5]{7^{15}}$ เมื่อทำเป็นผลสำเร็จแล้ว มีจำนวน ที่เลขโดดในหลักสิบเป็นจำนวนคู่

หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน



แนวทางการวัดและประเมินผล

ครูสามารถวัดและประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม จากการทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 11.-14. ในขั้นลงมือทำ โดยศึกษาเกณฑ์การวัดและประเมินผล จากแบบประเมินของแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม									
ข้อ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. 1									
2. 2									
3. 3									
4. 4									
5. 5									
6. 6									
7. 7									
8. 8									
9. 9									
10. 10									
11. 11									
12. 12									
13. 13									
14. 14									
15. 15									
16. 16									
17. 17									
18. 18									
19. 19									
20. 20									
21. 21									
22. 22									
23. 23									
24. 24									
25. 25									
26. 26									
27. 27									
28. 28									
29. 29									
30. 30									
31. 31									
32. 32									
33. 33									
34. 34									
35. 35									
36. 36									
37. 37									
38. 38									
39. 39									
40. 40									
41. 41									
42. 42									
43. 43									
44. 44									
45. 45									
46. 46									
47. 47									
48. 48									
49. 49									
50. 50									
51. 51									
52. 52									
53. 53									
54. 54									
55. 55									
56. 56									
57. 57									
58. 58									
59. 59									
60. 60									
61. 61									
62. 62									
63. 63									
64. 64									
65. 65									
66. 66									
67. 67									
68. 68									
69. 69									
70. 70									
71. 71									
72. 72									
73. 73									
74. 74									
75. 75									
76. 76									
77. 77									
78. 78									
79. 79									
80. 80									
81. 81									
82. 82									
83. 83									
84. 84									
85. 85									
86. 86									
87. 87									
88. 88									
89. 89									
90. 90									
91. 91									
92. 92									
93. 93									
94. 94									
95. 95									
96. 96									
97. 97									
98. 98									
99. 99									
100. 100									



အနုပညာ

បន្តដើម

การใช้ความรู้เดิม (Prior Knowledge)

ครูทบทวนความรู้ เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม จากนั้นครูกล่าวว่า ในหัวข้อนี้จะเรียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ชั้นสอน

§ (Knowing)

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม Class Discussion จากนั้นครูและนักเรียนสรุปเป็นบทนิยามที่ว่า “ถ้า a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n แล้ว $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ”
2. ครูกล่าวเพิ่มเติมว่า $a^{\frac{1}{n}}$ เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ a และจะได้ว่า $(a^{\frac{1}{n}})^n = a$ แล้วยกตัวอย่างเพื่อให้สอดคล้องกับบทนิยาม ดังนี้
- $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ และ $(7^{\frac{1}{2}})^2 = 7$
 - $(-5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-5}$ และ $[(-5)^{\frac{1}{3}}]^3 = -5$

เข้าใจ (Understanding)

ครูให้นักเรียนคู่เดิมทำกิจกรรม Thinking Time

ເລຂ Class Discussion

กำหนด $p = 5^{\frac{1}{3}}$
 จะได้ $p^3 = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3$
 $= 5^{\left(\frac{1}{3}\right) \times 3}$ (ใช้สมบัติ $(a^m)^n = a^{mn}$)
 $= 5^1$
 $= 5$
 ดังนั้น $p = \sqrt[3]{5}$
 ในกรณีนี้ จะมีค่า p ที่เป็นไปได้เพียงค่าเดียว
 ดังนั้น $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$

1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (Rational Indice)

นักเรียนเคยศึกษาเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มมาแล้ว ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ นั่นคือ มีเลขชี้กำลังเป็น $\frac{a}{b}$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

Class Discussion

ให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันเติมคำตอบลงในช่องว่างต่อไปนี้

กำหนด $p = 5^3$

จะได้ $p^3 =$ $\times 3$

(ใช้สมบัติ $(a^m)^n = a^{mn}$)

$= 5^1$

$= 5$

ดังนั้น $p =$

ในกรณีนี้ จะมีค่า p ที่เป็นไปได้เพียงค่าเดียว

ดังนั้น $5^{\frac{1}{3}} =$

จาก Class Discussion จะเห็นว่า เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน โดยมีตัวเศษเท่ากับ 1 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ตามบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n แล้ว

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

จากบทนิยาม จะเห็นว่า $a^{\frac{1}{n}}$ เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ a และจะได้ว่า $(a^{\frac{1}{n}})^n = a$

เช่น $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$ และ $(9^{\frac{1}{2}})^2 = 9$

$(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8}$ และ $[(-8)^{\frac{1}{3}}]^3 = -8$



Thinking Time

ให้นักเรียนพิจารณาค่าของ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ตามเงื่อนไขที่กำหนดต่อไปนี้

1. เมื่อ $a < 0$
2. เมื่อ $a = 0$

IQAY Thinking Time

- ข้อ 1. เมื่อ $a < 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 สามารถแบ่งได้
2 กรณี คือ

กรณี 1 n เป็นจำนวนคู่บวก จะได้ว่า ไม่สามารถหารากที่ n ของ a ได้ เพราะไม่มีจำนวนจริงใดๆ ที่ยกกำลังคู่บวกแล้วจะได้จำนวนลบ

กรณี 2 n เป็นจำนวนคี่บวก จะได้ว่า รากที่ n ของ a มีค่าเป็นจำนวนจริงลบ

- ข้อ 2. เมื่อ $a = 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1
จะได้ว่า $a^{\frac{1}{n}} = 0^{\frac{1}{n}}$ ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์

ข้อสอบเน้น การคิดแนว O-NET

ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $\sqrt[3]{a^3} \sqrt{a}$ เท่ากับข้อใด

1. $a^{\frac{1}{3}}$
2. $a^{\frac{1}{9}}$
3. $a^{\frac{2}{9}}$
4. $a^{\frac{4}{9}}$
5. $a^{\frac{5}{9}}$

(เฉลยคำตอบ)

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{a^3\sqrt{a}} &= [a(a)^{\frac{1}{3}}]^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{9}} \\ &= a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9}} \\ &= a^{\frac{4}{9}}\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 4.)



ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

- ครูอธิบายความรู้เพิ่มเติมในกรอบ ATTENTION ว่าจากบทนิยามของ a^m ถ้า $m < 0$ แล้ว a จะต้องไม่เท่ากับ 0 เช่น $0^{-1} = (0^1)^{-1} = 0^{-1} = \frac{1}{0}$ จะไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์
- ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 16 ในหนังสือเรียน หน้า 26 จากนั้นครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมบนกระดาน แล้วให้นักเรียนเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ดังนี้
 - $\sqrt{6}$
(แนวตอบ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $6^{\frac{1}{2}}$)
 - $\sqrt[3]{5^5}$
(แนวตอบ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $5^{\frac{5}{3}}$)
 - $\sqrt[5]{12^3}$
(แนวตอบ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $12^{\frac{3}{5}}$)
- ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 17 ในหนังสือเรียน หน้า 26 จากนั้นครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมบนกระดาน แล้วให้นักเรียนเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปกรณฑ์ ดังนี้
 - $34^{\frac{1}{4}}$
(แนวตอบ เขียนในรูปกรณฑ์ได้เป็น $\sqrt[4]{34}$)
 - $(-56)^{\frac{3}{5}}$
(แนวตอบ เขียนในรูปกรณฑ์ได้เป็น $\sqrt[5]{(-56)^3}$)
 - $11^{\frac{5}{2}}$
(แนวตอบ เขียนในรูปกรณฑ์ได้เป็น $\sqrt{11^5} = (\sqrt{11})^5$)

เข้าใจ (Understanding)

ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 26 และแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 1.-2. หน้า 35 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง



เกร็ดแถมครู

ครูอธิบายความรู้เพิ่มเติมจากกรอบ ATTENTION ว่า ถ้า $n < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0 ด้วย เช่น ให้ $a = 0$, $m = 2$ และ $n = -1$ จะได้ $a^{\frac{m}{n}} = 0^{-\frac{2}{1}} = (0^2)^{-1} = 0^{-1} = \frac{1}{0}$ ซึ่งไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับกรณี $m < 0$

ATTENTION

จากบทนิยามของ $a^{\frac{m}{n}}$ ถ้า $m < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0 เช่น

ให้ $a = 0$, $m = -1$ และ $n = 3$

จะได้ $a^{\frac{m}{n}} = 0^{-\frac{1}{3}} = (0^{\frac{1}{3}})^{-1} = (0)^{-1} = \frac{1}{0}$

ซึ่ง $\frac{1}{0}$ ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างที่ 16

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1) $\sqrt{5}$

2) $\sqrt[3]{2^2}$

3) $\sqrt[4]{16^5}$

วิธีทำ 1) $\sqrt{5}$ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $5^{\frac{1}{2}}$

2) $\sqrt[3]{2^2}$ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $2^{\frac{2}{3}}$

3) $\sqrt[4]{16^5}$ เขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $16^{\frac{5}{4}}$



ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1) $\sqrt{7}$

2) $\sqrt[3]{3^2}$

3) $\sqrt[4]{24^5}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 1(1)-(4)

ตัวอย่างที่ 17

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปกรณฑ์

1) $48^{\frac{1}{3}}$

2) $(-32)^{\frac{3}{5}}$

3) $15^{\frac{3}{2}}$

วิธีทำ 1) $48^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{48}$

2) $(-32)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{(-32)^3}$

3) $15^{\frac{3}{2}} = \sqrt{15^3} = (\sqrt{15})^3$



ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปกรณฑ์

1) $54^{\frac{1}{3}}$

2) $(-75)^{\frac{3}{5}}$

3) $39^{\frac{3}{2}}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 2

กิจกรรมสร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วให้แต่ละคนเขียนจำนวน 2 จำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังและรูปกรณฑ์ลงในกระดาษ จากนั้นแลกเปลี่ยนกับคู่ของตนเอง แล้วเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปกรณฑ์ และเขียนจำนวนที่อยู่ในกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน



ชั้นสอน

รู้ (Knowing)

- ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษากิจกรรม Thinking Time จากนั้นครูเฉลยคำตอบและสรุปว่าสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะจะมีสมบัติเหมือนกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
- ครูยกตัวอย่างที่ 20 บนกระดาน และอธิบายวิธีทำแต่ละขั้นตอน เพื่อให้สอดคล้องกับสมบัติ 3 ของเลขยกกำลัง ในกิจกรรม Thinking Time

เฉลย Thinking Time

ข้อ 1. ให้ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 และ a^m, a^n, b^n เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$\text{สมบัติ 1 } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\text{สมบัติ 2 } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\text{สมบัติ 3 } (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\text{สมบัติ 4 } a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\text{สมบัติ 5 } \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

ข้อ 2. ถ้า $a = 0$ และ $m = 0$ จะได้ว่า $(0^m)^n = 0^{(m \times n)} = 0^0$ หาค่าไม่ได้ เนื่องจาก 0^0 ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์

ข้อ 3. ถ้า $b = 0$ จะได้ว่า $\frac{a^n}{0^n} = \left(\frac{a}{0}\right)^n$ หาค่าไม่ได้ เนื่องจาก $\frac{a}{0}$ ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์

ข้อ 4. ขั้นตอน $\sqrt{(-1) \times (-1)} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$ ไม่ถูกต้อง เพราะไม่สามารถหาค่า $\sqrt{-1}$ ที่เป็นจำนวนจริงได้



Thinking Time

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง แล้วตอบคำถามที่กำหนด

- ให้ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 และ a^m, a^n, b^n เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$\text{สมบัติ 1 } a^m \cdot a^n = \dots\dots\dots$$

$$\text{สมบัติ 2 } \frac{a^m}{a^n} = \dots\dots\dots$$

$$\text{สมบัติ 3 } (a^m)^n = \dots\dots\dots$$

$$\text{สมบัติ 4 } a^n \cdot b^n = \dots\dots\dots$$

$$\text{สมบัติ 5 } \frac{a^n}{b^n} = \dots\dots\dots$$

- จากสมบัติ 3 นักเรียนคิดว่า ถ้า $a = 0$ แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นอย่างไร
- จากสมบัติ 5 นักเรียนคิดว่า ถ้า $b = 0$ แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นอย่างไร
- ให้นักเรียนพิจารณาวิธีพิสูจน์ข้อ 1 ไปนี้

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1) \times (-1)} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = (\sqrt{-1})^2 = (-1)^{1 \times 2} = -1$$

จากวิธีพิสูจน์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าขั้นตอนใดไม่ถูกต้อง เพราะเหตุใด

ตัวอย่างที่ 20

ให้หาค่าของ $[(243)^{\frac{1}{5}}]^2$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } [(243)^{\frac{1}{5}}]^2 &= [(3^5)^{\frac{1}{5}}]^2 \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$



ลองทำดู

ให้หาค่าของ $[(625)^{\frac{1}{4}}]^3$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3
ข้อ 3(7)-(8)

ตัวอย่างที่ 21

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

$$1) 32^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{5}{6}}$$

$$2) (9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{6}})^6$$



นักเรียนควรรู้

- $\sqrt{-1}$ ไม่สามารถหาค่ารากที่เป็นจำนวนจริงได้ ซึ่งค่ารากที่ได้จะอยู่ในรูปจำนวนเชิงซ้อน

ข้อสอบเน้นการคิดแนว O-NET

ให้หาค่าของ $(64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} + ((1024)^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{2}} - 1$

- 1
- 3
- 5
- 7
- 9

$$\begin{aligned} (\text{เฉลยคำตอบ } (64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} + ((1024)^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{2}} - 1 &= ((2^6)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} + (((2^{10})^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{2}} - 1) \\ &= (2^3)^{\frac{1}{3}} + (((2^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} - 1) \\ &= 2 + 2 - 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 2.)



$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ 1) } 32^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{5}{6}} &= (2^5)^{\frac{1}{2}} \cdot (2^3)^{\frac{5}{6}} \\ &= 2^{\frac{5}{2}} \cdot 2^{\frac{15}{6}} \\ &= 2^{\frac{5}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{2}} \\ &= 2^{\frac{5}{2} + \frac{5}{2}} \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) } (9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{6}})^6 &= [(3^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (3^4)^{\frac{1}{6}}]^6 \\ &= (3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{4}{6}})^6 \\ &= (3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}})^6 \\ &= 3^4 \cdot 3^4 \\ &= 3^{4+4} \\ &= 3^8 \end{aligned}$$

ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

$$1) 64^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{3}{4}}$$

$$2) (27^{\frac{1}{3}} \cdot 243^{\frac{2}{3}})^3$$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 7

ตัวอย่างที่ 22

ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ m และ n เป็นจำนวนจริงบวก

$$1) (m^{\frac{1}{3}} n^{-2})^{\frac{3}{5}}$$

$$2) \frac{(mn)^{\frac{2}{3}}}{(m^4 n^3)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ 1) } (m^{\frac{1}{3}} n^{-2})^{\frac{3}{5}} &= (m^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{5}} (n^{-2})^{\frac{3}{5}} \\ &= m^{\frac{1}{5}} n^{-\frac{6}{5}} \\ &= \frac{m^{\frac{1}{5}}}{n^{\frac{6}{5}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) } \frac{(mn)^{\frac{2}{3}}}{(m^4 n^3)^2} &= \frac{m^{\frac{2}{3}} n^{\frac{2}{3}}}{(m^4)^2 (n^3)^2} \\ &= \frac{m^{\frac{2}{3}} n^{\frac{2}{3}}}{m^8 n^6} \\ &= \frac{m^{\frac{2}{3}-8} n^{\frac{2}{3}-6}}{1} \\ &= \frac{m^{-\frac{22}{3}} n^{-\frac{16}{3}}}{1} \end{aligned}$$

เลขยกกำลัง 29

ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

3. ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างที่ 21 ในหนังสือเรียน หน้า 28-29 จากนั้นครูถามคำถาม ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 21 ใช้สมบัติเลขยกกำลังใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ สมบัติ $(a^m)^n = a^{mn}$ และสมบัติ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$)

4. ครูยกตัวอย่างที่ 22 ในหนังสือเรียน หน้า 29 บนกระดาน แล้วถามคำถาม ดังนี้

- ข้อ 1) ใช้สมบัติเลขยกกำลังใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ สมบัติ $(a^m)^n = a^{mn}$ และสมบัติ $a^{-1} = \frac{1}{a}$)

- ข้อ 2) ใช้สมบัติเลขยกกำลังใดในการหาคำตอบ

(แนวตอบ สมบัติ $(ab)^n = a^n b^n$)

สมบัติ $(a^m)^n = a^{mn}$

สมบัติ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ และสมบัติ $a^{-1} = \frac{1}{a}$)

เข้าใจ (Understanding)

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 28-30 แล้วแลกเปลี่ยนความรู้กัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบบนกระดาน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 3., 7.-11. ในหนังสือเรียน หน้า 35-36 เป็นการบ้าน

ข้อสอบเน้น การคิดแนว O-NET

กำหนดให้ $A = 2^{\frac{3}{2}}$, $B = 3^{\frac{2}{3}}$ และ $C = 216^{\frac{1}{6}}$ ข้อใดถูกต้อง

1. $A < B < C$
2. $A < C < B$
3. $B < C < A$
4. $C < B < A$
5. $B < A < C$

(เฉลยคำตอบ $A = (2^{\frac{3}{2}})^6 = 2^9 = 512$

$B = (3^{\frac{2}{3}})^6 = 3^4 = 81$

$C = (216^{\frac{1}{6}})^6 = 216$

นั่นคือ $B < C < A$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 3.)



เกร็ดแนะครู

ครูควรเน้นย้ำ เรื่อง การใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ในตัวอย่างที่ 21 ว่าใช้สมบัติ 1 และสมบัติ 3 ในการจัดให้อยู่ในรูปอย่างง่าย จากนั้นครูให้ความรู้เพิ่มเติมว่า ข้อ 2) สามารถแสดงวิธีทำได้อีกวิธีหนึ่ง ดังนี้

$$\begin{aligned} (9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{6}})^6 &= (9^{\frac{1}{3}})^6 \cdot (81^{\frac{1}{6}})^6 \\ &= 9^{1 \times 6} \cdot 81^{\frac{1}{6} \times 6} \quad (\text{สมบัติ 3}) \\ &= 9^2 \cdot 8^1 \\ &= (3^2)^2 \cdot 3^4 \\ &= 3^4 \cdot 3^4 \\ &= 3^{4+4} \quad (\text{สมบัติ 1}) \\ &= 3^8 \end{aligned}$$



ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

1. ครุยกตัวอย่างสมการของเลขยกกำลังบนกระดาน แล้วถามคำถามนักเรียน ดังนี้

- $3^x = 3^5$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ x มีค่าเท่ากับ 5)

- $2^y = 2^8$ แล้ว y มีค่าเท่ากับเท่าใด

(แนวตอบ y มีค่าเท่ากับ 8)

2. ครูอธิบายว่า สมการเลขยกกำลังดังกล่าวใช้หลักการเทียบสมการทั้งสองข้าง โดยพิจารณาฐานและเลขชี้กำลัง ถ้าฐานทั้งสองข้างเท่ากันแล้วเลขชี้กำลังจะต้องเท่ากันด้วย ซึ่งในกรณีทั่วไป การแก้สมการเลขยกกำลังสามารถทำได้โดยเปลี่ยนฐานของเลขชี้กำลังทั้งสองข้างให้เท่ากัน ดังนี้ ถ้า $a^x = a^n$ แล้ว $x = n$ เมื่อ a, n เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$

3. ครุยกตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียน หน้า 30 บนกระดาน แล้วครูล่าว่า นักเรียนสามารถจัดฐานให้เท่ากัน โดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบแล้วเขียนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ดังนี้

- ข้อ 1) นักเรียนสามารถจัด 128 ให้เป็นฐาน 2 นั่นคือ $128 = 2^7$
- ข้อ 2) นักเรียนไม่สามารถจัด 243 ให้เป็นฐาน 9 ได้ แต่สามารถจัด 243 และ 9 ให้เป็นฐาน 3 ได้
นั่นคือ $9 = 3^2$ และ $243 = 3^5$
- ข้อ 3) กรณีที่ฐานเป็นเศษส่วน นักเรียนจะต้องจัดฐานทั้งตัวเศษและตัวส่วนที่มีเลขชี้กำลังเท่ากัน และสามารถจัด $\frac{64}{729}$ ให้เป็นฐาน $\frac{4}{9}$
นั่นคือ $\frac{64}{729} = \left(\frac{4}{9}\right)^3$

$$\begin{aligned} &= m^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}} \\ &= m^{-\frac{5}{6}} \\ &= \frac{1}{m^{\frac{5}{6}}} \end{aligned}$$

ลองทำดู

ให้เขียนจำนวนแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ m และ n เป็นจำนวนจริงบวก

1) $(m^{-3}n^5)^{-\frac{1}{3}}$

2) $\frac{m^{-\frac{1}{3}}n^{-\frac{1}{4}}}{(m^2n^{-\frac{1}{3}})^{-2}}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3
ข้อ 8, 11

สมการเลขยกกำลัง

ในกรณีทั่วไป การแก้สมการเลขยกกำลังสามารถทำได้โดยเปลี่ยนฐานของเลขยกกำลังให้เท่ากัน ดังนี้

ถ้า $a^x = a^n$ แล้ว $x = n$ เมื่อ a, n เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ตัวอย่างที่ 23

ให้หาค่า x จากสมการต่อไปนี้

1) $2^x = 128$

2) $9^x = \frac{1}{243}$

3) $\left(\frac{4}{9}\right)^{2x} = \frac{64}{729}$

วิธีทำ 1) จาก $2^x = 128$

$$2^x = 2^7$$

จะได้

$$x = 7$$

2) จาก $9^x = \frac{1}{243}$

$$3^{2x} = \frac{1}{3^5}$$

$$3^{2x} = 3^{-5}$$

จะได้

$$2x = -5$$

หรือ

$$x = -\frac{5}{2}$$



เกร็ดแถมครู

ครูควรเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจถึงการแก้สมการเลขยกกำลัง ดังนี้

- ฐานเท่ากัน แต่เลขชี้กำลังไม่เท่ากัน จะได้ $a^x = a^y \rightarrow x = y$
โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$
- ฐานไม่เท่ากัน แต่เลขชี้กำลังเท่ากัน จะได้ $a^x = b^x \rightarrow x = 0$
โดยที่ $a, b > 0$ และ $a, b \neq 1$

ข้อสอบเน้นการคิดแนว O-NET

ถ้า $\left(\frac{25}{49}\right)^{x+1} = \left(\frac{343}{125}\right)^{2x-1}$ แล้ว $8x + 1$ มีค่าเท่าไร

1. -1 2. 0 3. 1 4. 2 5. 3

(เฉลยคำตอบ) $\left(\frac{25}{49}\right)^{x+1} = \left(\frac{343}{125}\right)^{2x-1}$

$$\left(\left(\frac{5}{7}\right)^2\right)^{x+1} = \left(\left(\frac{7}{5}\right)^3\right)^{2x-1}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{2x+2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{6x-3}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{2x+2} = \left(\frac{5}{7}\right)^{3-6x}$$

$$2x + 2 = 3 - 6x$$

$$8x = 1$$

$$x = \frac{1}{8}$$

ดังนั้น $8x + 1 = 8\left(\frac{1}{8}\right) + 1 = 2$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 4.)



$$\begin{aligned} 3) \text{ จาก } \left(\frac{4}{9}\right)^{2x} &= \frac{64}{729} \\ \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{2x} &= \left(\frac{2}{3}\right)^6 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} &= \left(\frac{2}{3}\right)^6 \\ \text{จะได้ } 4x &= 6 \\ \text{หรือ } x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

ลองทำดู

ให้หาค่า x จากสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1) 5^x &= 625 & 2) 49^x &= \frac{1}{343} \\ 3) \left(\frac{9}{4}\right)^{3x} &= \frac{2187}{128} & 4) \left(\frac{5}{2}\right)^x &= 0.16 \end{aligned}$$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3
ข้อ 4



Journal Writing

- นักเรียนได้ศึกษามาแล้วว่า ถ้า $a^x = a^n$ แล้ว $x = n$ เมื่อ a, n เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$ สำหรับกรณี $a^x = a^n$ เมื่อ $a = 0$ หรือ $a = 1$ นักเรียนคิดว่า $x = n$ หรือไม่ ถ้าไม่ ให้ยกตัวอย่างประกอบ
- กำหนด $a > 0$ และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ นักเรียนคิดว่า a^x มีค่าเป็น 0 หรือจำนวนจริงลบหรือไม่ ให้ยกตัวอย่างประกอบ

จาก Journal Writing จะเห็นว่า ถ้าฐานของเลขยกกำลังมีค่าเป็นจำนวนจริงบวก แล้วค่าของเลขยกกำลังจะมีค่าเป็นจำนวนจริงบวกด้วย ซึ่งสามารถเขียนในรูปกรณีทั่วไปได้ ดังนี้

ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^x > 0$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ

เลขยกกำลัง 31

ขั้นสอน

เข้าใจ (Understanding)

- ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 31 และใบงานที่ 1.2 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เป็นรายบุคคล แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยวิธีคิดบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน ละครความสามารถทางคณิตศาสตร์ แล้วทำกิจกรรมดังนี้
 - ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษากิจกรรม Journal Writing แล้วตอบคำถามจากกิจกรรม
 - ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบจากคำถามทั้งสองข้อ
 - นักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรม Journal Writing
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 4. ในหนังสือเรียน หน้า 35 ลงในสมุด เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

เฉลย Journal Writing

ข้อ 1. ถ้า $a = 0$ หรือ $a = 1$ จะได้ว่า x ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ n

เช่น ให้ $x = 2, n = 11$

จะได้ว่า $0^2 = 0^{11} = 0$ แต่ $2 \neq 11$

ให้ $x = 5, n = 7$

จะได้ว่า $1^5 = 1^7 = 1$ แต่ $5 \neq 7$

ข้อ 2. ให้ $a > 0$ และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ

จะได้ a^x เป็นจำนวนจริงบวกเสมอ

ดังนั้น a^x มีค่าไม่เท่ากับ 0 หรือ a^x ไม่เป็น

จำนวนจริงลบ เช่น $a = \frac{1}{2}$ และ $x = 2$

จะได้ $a^x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} > 0$

ข้อสอบเน้น การคิดแนว O-NET

ผลบวกของคำตอบของสมการ $2^{2x-1} - 17(2^x) + 8 = 0$ เท่ากับเท่าไร

1. -3 2. -2 3. 2 4. 3 5. 4

(เฉลยคำตอบ $2^{2x-1} - 17(2^x) + 8 = 0$

$$2(2^x)^2 - 17(2^x) + 8 = 0$$

ให้ $2^x = A, (2^x)^2 = A^2$

$$2A^2 - 17A + 8 = 0$$

$$(2A - 1)(A - 8) = 0$$

$$A = \frac{1}{2}, 8$$

$$2^x = 2^{-1}, 2^3$$

$$x = -1, 3$$

นั่นคือ $(-1) + 3 = 2$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 3.)



เกร็ดแฉะครู

ครูควรอธิบายเพิ่มเติมจากกิจกรรม Journal Writing ถ้า $a < 0$ แล้วค่าของ a^x จะพิจารณาได้ ดังนี้

ถ้า $a < 0$ และ x เป็นจำนวนคี่ ค่าของ $a^x < 0$

เช่น ถ้า $-2 < 0$ แล้ว $(-2)^3 = -8$

$$\text{ถ้า } -2 < 0 \text{ แล้ว } (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$

ถ้า $a < 0$ และ x เป็นจำนวนคู่ ค่าของ $a^x > 0$

เช่น ถ้า $-2 < 0$ แล้ว $(-2)^4 = 16$

$$\text{ถ้า } -2 < 0 \text{ แล้ว } (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$



ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน คละความสามารถทางคณิตศาสตร์ แล้วทำกิจกรรมต่อไป

- ให้แต่ละกลุ่มนำเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ มากลุ่มละ 1 เครื่อง ใช้รุ่นเดียวกัน ดังรูปในหนังสือเรียน หน้า 32 หรือรุ่นที่ใกล้เคียงกัน
- ครูอธิบายส่วนประกอบต่างๆ บนเครื่องคิดเลขและกล่าวว่าเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ถ้ายี่ห้อหรือรุ่นที่ต่างกัน จะมีปุ่มคำนวณและวิธีการใช้แตกต่างกัน ให้นักเรียนดูในกรอบ INFORMATION
- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มฝึกกดปุ่มเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ โดยครูใช้ตัวอย่างที่ 24 ในหนังสือเรียน หน้า 32 สอนกดปุ่มเครื่องคิดเลข ซึ่งให้สมาชิกในกลุ่มฝึกทำข้อละ 1 คน จนครบทั้ง 4 ข้อ

นักเรียนสามารถคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของเลขยกกำลัง โดยใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ดังรูป



ส่วนประกอบหลักบนเครื่องคิดเลข

1. หน้าจอแสดงผลการทำงาน
2. ปุ่มเปิดเครื่อง
3. ปุ่ม MODE/SETUP ใช้สำหรับเลือกโหมดหรือตั้งค่าเครื่อง
4. ปุ่ม **SHIFT** สำหรับเรียกใช้คำสั่งที่เป็นสีเหลือง แล้วตามด้วยปุ่มคำสั่งนั้น ๆ
5. ปุ่ม **ALPHA** สำหรับเรียกใช้คำสั่งที่เป็นตัวอักษรสีแดง แล้วตามด้วยปุ่มคำสั่งนั้น ๆ
6. ปุ่มควบคุมทิศทาง ใช้เลื่อนดูคำตอบหรือแก้ไขการคำนวณ
7. ปุ่มฟังก์ชันและสูตรการคำนวณ
8. ปุ่มตัวเลข/เครื่องหมายการดำเนินการ

ตัวอย่างที่ 24

ให้หาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคิดเลข

- 1) 3^{14}
- 2) $\frac{2 - \sqrt{6}}{4}$
- 3) $\sqrt[3]{71}$
- 4) $\sqrt[4]{8}$

วิธีทำ 1) 3^{14}

กดปุ่ม 3 x^y 1 4 =

จะปรากฏผลลัพธ์ 4782969

INFORMATION

เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่ยี่ห้อหรือรุ่นต่างกัน จะมีปุ่มคำนวณ และวิธีการใช้ที่แตกต่างกัน เช่น 2^3 สามารถกดปุ่มบนเครื่องคิดเลขได้เป็น

2 x^y 3 =

หรือ 2 $\wedge$ 3 =

หรือ 2 x^y 3 =



เกร็ดแฉะครู

ครูควรเน้นย้ำการใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ว่า ฟังก์ชันการคำนวณของเครื่องคิดเลขแต่ละรุ่นไม่เหมือนกัน นอกจากจะใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ในการคำนวณแล้ว นักเรียนยังใช้โปรแกรมอื่นๆ ในการคำนวณได้ เช่น โปรแกรม Microsoft Excel โปรแกรม Calculator ในเครื่องคอมพิวเตอร์ และโปรแกรมออนไลน์ WolframAlpha

กิจกรรมสร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันคำนวณหาค่าต่อไปนี้

- หา $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2$ และ $\sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} + \sqrt{5^2}$ โดยใช้เครื่องคิดเลข และตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง
- $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2$ และ $\sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} + \sqrt{5^2}$ เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด
- หา $(\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5})^2$ และ $\sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} + \sqrt{5^2}$ โดยใช้เครื่องคิดเลข และตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง
- $(\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5})^2$ และ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2}$ เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน

$$2) \frac{2 - \sqrt{6}}{4}$$

กดปุ่ม (2 - $\sqrt{\square}$ 6) $\div$ 4 =

จะปรากฏผลลัพธ์ -0.1123724357

3) $\sqrt[3]{71}$

กดปุ่ม **SHIFT** $\sqrt{\square}$ 7 1 =

จะปรากฏผลลัพธ์ 4.140817749

4) $\sqrt[4]{8}$

กดปุ่ม **SHIFT** $x^{\square}$ 4 $\blacktriangleright$ 8 =

จะปรากฏผลลัพธ์ 1.681792831

ATTENTION

$\sqrt[3]{}$ เป็นคำสั่งที่เป็น
สี่เหลี่ยม ดังนั้น ในการเรียก
ใช้จะต้องกดปุ่ม **SHIFT**
แล้วตามด้วย $\sqrt[3]{}$

ລອບກຳດຸ

ให้หาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคิดเลข

1) 5^{12}

$$2) \frac{13 - \sqrt{8}}{9}$$

3) $\sqrt[3]{46}$

4) $\sqrt[5]{77}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 5

ตัวอย่างที่ 25

การเคลื่อนที่ของอนุภาคหนึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางในแนวราบและความสูงในแนวตั้ง ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$h = 0.3 \sqrt{d + 1}$$

เมื่อ h แทนความสูงจากพื้นดินมีหน่วยเป็นเมตร

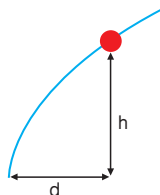
d แทนระยะทางในแนวราบมีหน่วยเป็นเมตร

ถ้าอนุภาคนี้เคลื่อนที่ในแนวราบเป็นระยะทาง 5.25 เมตร ให้หาความสูงของอนุภาคนี้จากพื้นดิน

วิธีทำ เนื่องจาก $h = 0.3 \sqrt{d + 1}$

จะได้
$$\begin{aligned} h &= 0.3\sqrt{5.25 + 1} \\ &= 0.3\sqrt{6.25} \\ &= 0.3(2.5) \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

ดังนั้น อนาคตนี้จะสงจากพื้นดินในแนวตั้งเป็นระยะทาง 0.75 เมตร



เลขยกกำลัง | 33

กิจกรรมสร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วทำกิจกรรมต่อไปนี้

- จากตัวอย่างที่ 25 ถ้าอนุภาคนั้นเคลื่อนที่ในแนวราบเป็นระยะทาง 4.76 เมตร ให้หาความสูงของอนุภาคนั้นจากพื้นดิน
- ถ้าอนุภาคนั้นมีความสูงจากพื้นดิน 1.05 เมตร ให้หาว่าอนุภาคเคลื่อนที่ในแนวราบเป็นระยะทางเท่าใด

หมายเหตุ : ควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน



นักเรียนควรรู้

- 1 **อนุภาค** เป็นชิ้นหรือส่วนที่มีขนาดเล็กมาก เช่น ฝุ่นละออง อิเล็กตรอน นิวตรอน ซึ่งในทางวิทยาศาสตร์มักใช้เรียกส่วนที่มีขนาดเล็กกว่าอะตอม เช่น อนุภาคแอลฟา อนุภาคบีตา
- 2 **เคลื่อนที่ในแนวราบ** เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุขนานกับพื้นโลก เช่น รถยนต์ที่กำลังแล่นอยู่บนถนน



ขั้นสอน

รู้ (Knowing)

- ครูอธิบายว่า เรื่อง เลขยกกำลัง สามารถนำไปใช้กับโจทย์ปัญหาต่างๆ ได้ เช่น การเคลื่อนที่ต่างๆ การคำนวณดอกเบี้ยทบต้น จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 25 และ 26 บนกระดาน และอธิบายวิธีคิดอย่างละเอียด
- ครูถามคำถาม เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 25 ใช้บทนิยามใดในการแก้ปัญหา

(แนวตอบ ใช้บทนิยามที่ว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n แล้ว $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$)

- จากตัวอย่างที่ 26 ใช้บทนิยามใดในการแก้ปัญหา

(แนวตอบ ใช้บทนิยามที่ว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริง m, n เป็นจำนวนเต็มที่ $n > 1$ และ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำแล้ว $a^{\frac{m}{n}}$ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{a})^m$)

เข้าใจ (Understanding)

- ครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียน หน้า 34 ลงในสมุด เป็นรายบุคคล เมื่อทำเสร็จแล้วให้ตรวจสอบคำตอบ โดยการใช้อุปกรณ์คิดเลขวิทยาศาสตร์ โดยให้นักเรียนนำเสนอตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง



ลองทำดู

วัตถุชนิดหนึ่งมีน้ำหนัก (m) เป็นกรัม แปรผันตามความยาวของวัตถุ (x) เป็นเซนติเมตรที่สามารถคำนวณได้จากสูตร $m = \frac{4}{5}\sqrt[5]{11x + 1}$ ให้น้ำหนักของวัตถุชนิดนี้ เมื่อกำหนดความยาวของวัตถุเท่ากับ 22 เซนติเมตร

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3
ข้อ 6, 12

ตัวอย่างที่ 26

นิสิตฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งโดยมีข้อตกลงว่า ถ้าฝากเงินจำนวน 500,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ย 3% ต่อปี ถ้านิสิตฝากเงินโดยไม่มีการถอนเงินจนครบ 7 ปี 6 เดือน อยากทราบว่านิสิตจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด โดยกำหนดให้

$$A = P(1 + r)^t$$

เมื่อ A แทนจำนวนเงินต้นพร้อมดอกเบี้ย

P แทนเงินต้น

r แทนอัตราดอกเบี้ยต่อปี

t แทนจำนวนปีที่ฝาก

วิธีทำ เนื่องจาก

$$\begin{aligned} A &= P(1 + r)^t \\ P &= 500,000 \\ r &= \frac{3}{100} = 0.03 \\ t &= 7.5 = \frac{15}{2} \\ \text{จะได้} \quad A &= 500,000(1 + 0.03)^{\frac{15}{2}} \\ &= 500,000(\sqrt{1.03})^{15} \\ &\approx 500,000(1.24819) \\ &= 624,095 \end{aligned}$$

ดังนั้น นิสิตจะได้รับเงินทั้งหมดประมาณ 624,095 บาท



ลองทำดู

สมชายฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งหนึ่งโดยมีข้อตกลงว่า ถ้าฝากเงินกับธนาคาร 2,000,000 บาท ธนาคารจ่ายดอกเบี้ยให้ 2.5% ต่อปี ถ้าสมชายฝากเงินโดยไม่มีการถอนเงินจนครบ 5 ปี 6 เดือน อยากทราบว่าสมชายจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3
ข้อ 9, 10

34



เกร็ดแฉะครู

ครูควรเน้นย้ำจากตัวอย่างที่ 26 ว่า การหาดอกเบี้ยที่ได้จากการฝากเงินเท่ากับเงินรวมทั้งหมดลบออกด้วยเงินต้นทั้งหมด หรือ ดอกเบี้ย = เงินรวม - เงินต้น จะได้ว่า นิสิตจะได้ดอกเบี้ยในการฝากเงินทั้งหมดเท่ากับ $624,095 - 500,000 = 124,095$ บาท



สื่อ Digital

ครูให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ “ลองทำดู” จากตัวอย่างที่ 26 โดยใช้โปรแกรม WolframAlpha คำนวณจาก <https://www.wolframalpha.com> โดยพิมพ์ ดังนี้ $2,000,000 \cdot (1.025)^{(11/2)}$

กิจกรรม 21st Century Skills

ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน แล้วสืบค้นอัตราดอกเบี้ยที่ได้จากการฝากเงินในปัจจุบัน
- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มกำหนดเงินต้นที่ต้องการฝากและระยะเวลาที่จะฝาก แล้วนำมาคำนวณหาจำนวนเงินทั้งหมดที่จะได้รับและดอกเบี้ยในการฝากเงิน
- ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อมูลผ่านโปรแกรม Microsoft PowerPoint หรือโปรแกรมนำเสนออื่นๆ ตามที่นักเรียนถนัด

หมายเหตุ : ครูควรแบ่งกลุ่มโดยละความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (อ่อน ปานกลาง และเก่ง) ให้อยู่กลุ่มเดียวกัน



แบบฝึกทักษะ 1.3



ระดับพื้นฐาน

1. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1) $\sqrt{10}$

3) $5\sqrt{25^6}$

5) $4\sqrt{x^5}$ เมื่อ $x > 0$

2) $\sqrt[3]{5^2}$

4) $\sqrt[8]{121^7}$

6) $\frac{1}{\sqrt[6]{x}}$ เมื่อ $x > 0$

2. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปกรณฑ์

1) $24^{\frac{2}{3}}$

3) $81^{\frac{4}{3}}$

2) $(-30)^{\frac{3}{5}}$

4) $(\frac{2}{3})^{\frac{5}{4}}$

3. ให้หาค่าของเลขยกกำลังต่อไปนี้

1) $81^{\frac{1}{2}}$

3) $-216^{-\frac{1}{3}}$

5) $8^{-\frac{5}{3}}$

7) $[(256)^{\frac{1}{8}}]^2$

2) $512^{-\frac{1}{3}}$

4) $1024^{\frac{1}{5}}$

6) $(-1000)^{\frac{2}{3}}$

8) $[(10000)^{\frac{1}{4}}]^3$

4. ให้หาค่า x จากสมการต่อไปนี้

1) $11^x = 1331$

3) $10^x = 0.01$

2) $4^x = \frac{1}{128}$

4) $(\frac{2}{3})^{x+2} = \frac{81}{16}$

5. ให้หาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคิดเลข

1) 5^{10}

3) $\sqrt[3]{704}$

5) $\sqrt[5]{-244}$

2) $\frac{\sqrt{31} + 13}{6}$

4) $\sqrt[4]{22.2}$

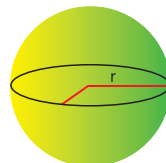
6) $\frac{\sqrt[3]{96}}{\sqrt[3]{99}}$

6. ถ้า r คือ ความยาวของรัศมีของทรงกลมมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

และ V คือ ปริมาตรของทรงกลมมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร

โดยที่ $r = (\frac{3V}{4\pi})^{\frac{1}{3}}$ ถ้าทรงกลมมีปริมาตร 972π ลูกบาศก์เซนติเมตร

แล้วทรงกลมนี้จะมีรัศมียาวกี่เซนติเมตร



เลขยกกำลัง 35

ขั้นสอน

เข้าใจ (Understanding)

2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน คละความสามารถทางคณิตศาสตร์
- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ ในหนังสือเรียน หน้า 35 ข้อ 6. และให้นักเรียนสืบค้นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับเลขยกกำลังหรือรากที่ n ของจำนวนจริงทางอินเทอร์เน็ตมากกลุ่มละ 1 ข้อ แล้วแสดงวิธีทำอย่างละเอียด
- ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

ข้อสอบเน้น การคิด

$(\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{-125} - 3\sqrt[4]{4})^3$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -1,000
2. 1,000
3. $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$
4. $2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{(เฉลยคำตอบ)} & (\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{-125} - 3\sqrt[4]{4})^3 \\ &= (\sqrt{9 \cdot 2} + 2\sqrt[3]{(-5)^3} - 3\sqrt[4]{2^2})^3 \\ &= (3\sqrt{2} + 2(-5) - 3\sqrt{2})^3 \\ &= (-10)^3 \\ &= -1,000 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 1.)



เกร็ดแค้นครู

ครูควรทบทวนสมบัติของเลขยกกำลัง สมบัติของรากที่ n การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์อันดับเดียวกัน การแก้สมการเลขยกกำลัง และโจทย์การประยุกต์ ก่อนทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ว่าในแต่ละข้อต้องใช้สมบัติใด ครูอาจยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วถาม-ตอบนักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัย



ขั้นสอน

เข้าใจ (Understanding)

- ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 7-10 ในหนังสือเรียน หน้า 36 ลงในสมุด จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
- ครูให้นักเรียนทำ Exercise 1.3 เป็นการบ้าน

ลงมือทำ (Doing)

ครูให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรม โดยใช้เทคนิคคู่คิด (Think Pair Share) ดังนี้

- ให้นักเรียนแต่ละคนคิดคำตอบของตนเอง จากแบบฝึกทักษะ 1.3 ในหนังสือเรียน หน้า 36 ข้อ 11.-12.
- ให้นักเรียนแต่ละคู่แลกเปลี่ยนคำตอบกัน สนทนาซักถามจนเป็นที่เข้าใจร่วมกัน
- ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบบนกระดาน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ระดับกลาง

7. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย

$$1) 54^{\frac{1}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{2}} \cdot 81^{\frac{1}{3}}$$

$$2) (27^{\frac{1}{2}} \cdot 24^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} \cdot (9^{\frac{1}{3}} \cdot 18^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$

$$3) \left(\frac{12^{\frac{1}{2}} \cdot 36^{\frac{1}{3}}}{96^{\frac{1}{6}}} \right)^2$$

$$4) \frac{(10^{\frac{1}{2}} \cdot 15^{\frac{1}{3}})^3 \cdot (45^{\frac{1}{3}} \cdot 50^{\frac{1}{2}})^2}{(60^{\frac{1}{6}} \cdot 30^{\frac{1}{3}})^6}$$

8. ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริงบวก

$$1) \frac{x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{5}}}$$

$$2) \frac{y^{\frac{1}{10}} \cdot y^{-\frac{3}{2}}}{y^{\frac{1}{5}}}$$

$$3) (x^{-3} y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

$$4) (x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{4}{5}})^{\frac{3}{2}}$$

$$5) (x^{-2} y^3)^{\frac{1}{3}} (x^4 y^{-5})^{\frac{1}{2}}$$

$$6) (x^{-3} y^{\frac{3}{5}})^{-2} (x^{\frac{4}{5}} y^{-\frac{2}{5}})^5$$

$$7) \frac{x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{4}}}{(x^2 y^{\frac{1}{3}})^{-2}}$$

$$8) \left(\frac{x^{-2} y^2}{25} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$9) (4x^4 y)^{\frac{1}{2}} \div 2x^3 y^{-\frac{1}{2}}$$

$$10) (x^3 y^{\frac{1}{4}})^4 \div \sqrt[5]{32x^4 y^{-8}}$$

9. วิทยาฝากเงินกับธนาคารแห่งหนึ่งจำนวน 5,000 บาท ถ้าเขาไปปิดบัญชีกับธนาคารเมื่อฝากครบเป็น 1 ปี 6 เดือน จะได้รับเงินทั้งหมด 5,800 บาท อยากทราบว่าธนาคารจะให้ดอกเบี้ยในอัตราปีละเท่าใด

10. วิโรจน์กู้เงินจากธนาคารมาจำนวนหนึ่ง โดยจะต้องจ่ายดอกเบี้ยเงินกู้ 4.2% ต่อปี ถ้าวิโรจน์ต้องจ่ายเงินทั้งหมดจำนวน 62,225 บาท เมื่อครบกำหนด 3 ปี 6 เดือน ให้หาว่าวิโรจน์กู้เงินมาจำนวนเท่าใด

ระดับท้าทาย

11. ให้เขียนจำนวนแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปอย่างง่าย เมื่อ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงบวก

$$1) \left(\frac{a^{-4} b^{\frac{1}{3}} c^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{2}{3}} b^{-1} c^{\frac{1}{6}}} \right)^3 \left(\frac{a^5 b^{\frac{2}{3}} c^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{4}{5}} c^{\frac{3}{5}}} \right)^{-4}$$

$$2) \left(\frac{64a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{4}{3}}}{8a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{5}{4}} c^{-\frac{3}{5}}} \right)^3 \div \left(\frac{8ab^{-1} c^2}{a^{-2} b^3 c^6} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$3) \frac{ab^{\frac{n}{2}}}{bc} \times \frac{c^{\frac{n}{3}} d}{cd^2} \div \frac{b^{n+2}}{c^{n+3}} \text{ เมื่อ } n > 0$$

$$4) \frac{(a+b)^{\frac{n}{2}}}{bc^2} \div \frac{(a+b)^{\frac{n+3}{2}}}{abc} \text{ เมื่อ } n > 0$$



นักเรียนควรรู้

1 ดอกเบี้ย (interest) หมายถึง ผลตอบแทนที่ผู้ฝากเงินได้รับจากการนำเงินมาฝากไว้กับสถาบันการเงิน หรือผลตอบแทนที่สถาบันการเงินได้รับจากผู้ยืมเงิน

2 กู้เงิน หมายถึง เงินที่ยืมมาโดยมีดอกเบี้ย ซึ่งผู้กู้ได้ไปขอกู้เงินจำนวนหนึ่งกับผู้ให้กู้และมีการทำสัญญากำหนดระยะเวลาที่จะชำระหนี้ โดยจะตกลงว่าผู้ให้กู้จะสามารถคิดดอกเบี้ยได้ตามอัตราที่ตกลงกัน

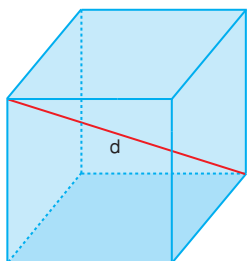
กิจกรรมสร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

- ตรวจสอบบัญชีออมทรัพย์ของตนเองว่ามีเงินต้น ณ วันเริ่มฝากจำนวนเท่าใด
- คำนวณดอกเบี้ยที่ได้จากอัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกำหนด ถ้าไม่มีการถอนเงิน
- คำนวณหาดอกเบี้ยที่ได้และจำนวนเงินทั้งหมดที่จะได้รับเมื่อเวลาผ่านไป 2 ปี

หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน

12. ลูกบาศก์หนึ่งมีปริมาตร a ลูกบาศก์หน่วย ดังรูป
ให้หาความยาวของเส้นทแยงมุม d โดยตอบในรูปของ a



Self-Check

หลังจากเรียนจบหน่วยแล้ว ให้นักเรียนบอกสัญลักษณ์ที่ตรงกับระดับความสามารถของตนเอง

	ดี 	พอใช้ 	ควรปรับปรุง 
1. สามารถหารากที่ n ของจำนวนจริงใด ๆ ได้			
2. สามารถหาค่าหลักรากที่ n ของจำนวนจริงใด ๆ ได้			
3. สามารถหาผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้			
4. สามารถหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้			
5. สามารถหาค่าของเลขยกกำลังได้			
6. สามารถแก้สมการเลขยกกำลังได้			
7. สามารถคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของเลขยกกำลัง โดยใช้เครื่องคิดเลขได้			
8. สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเลขยกกำลังได้			

เลขยกกำลัง | 37

ขั้นสรุป

1. ครูถามคำถามนักเรียน เพื่อสรุปความรู้ เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
- นักเรียนสามารถเขียน รากที่ 2 ของ 25 ในรูปเลขชี้กำลังได้อย่างไร
(คำตอบ $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$)
 - นักเรียนสามารถเขียน $(-64)^{\frac{2}{3}}$ ในรูปกรณฑ์ได้อย่างไร
(คำตอบ $(-64)^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{-64})^2$)
 - นักเรียนสามารถหาค่าหลักของรากที่ (-27) ของ 3 ได้อย่างไร
(คำตอบ ค่าหลักของรากที่ (-27) ของ 3 จะได้ว่า $[(-27)^{\frac{1}{3}}]^3 = -27$)
 - นักเรียนสามารถแก้สมการ $3^{2x-2} = 27^2$ ได้หรือไม่ อย่างไร
(คำตอบ สามารถแก้สมการได้ โดยทำฐานทั้งสองข้างของสมการให้เท่ากัน แล้วเลขชี้กำลังจะเท่ากัน
จะได้ $3^{2x-2} = 27^2$
 $3^{2x-2} = (3^3)^2$
 $3^{2x-2} = 3^6$
 $2x-2 = 6$
 $x = 4$)
 - ค่าของ x จากสมการ $3^x = 21^x$ เป็นเท่าใด
(คำตอบ $x = 0$)

กิจกรรมสร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันหาค่าของ x ที่ทำให้

$$\left(\sqrt[3]{\frac{8}{125}}\right)^4 = \left(\frac{16}{625}\right)^{\frac{1}{x}}$$

หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน



นักเรียนควรรู้

- 1 **ลูกบาศก์** (cube) คือ ปริซึมซึ่งมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เท่ากันทุกหน้า
- 2 **ปริมาตร** (volume) คือ จำนวนที่บอกขนาดของรูป 3 มิติ มีหน่วยมาตรฐานต่างๆ เช่น ลิตร ลูกบาศก์เมตร
- 3 **เส้นทแยงมุม** (diagonal) คือ เส้นตรงที่ลากจากมุมหนึ่งไปยังมุมตรงข้าม



ขั้นสรุป

- ครูให้นักเรียนแต่ละคนอ่าน “สรุปแนวคิดหลัก” ในหนังสือเรียน หน้า 38-39
- ครูถามคำถาม เพื่อสรุปความรู้รอบยอดของนักเรียน ดังนี้

- เลขยกกำลัง มีความหมายอย่างไร
(แนวตอบ เลขยกกำลัง หมายถึง การคูณจำนวนนั้นซ้ำๆ กัน)
- “3 ยกกำลัง 5” มีความหมายอย่างไร
(แนวตอบ $3^5 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{5 \text{ ตัว}}$)
- ค่าหลักของรากที่ 5 ของ 12 เขียนในรูป $\sqrt[5]{x}$ และอ่านได้อย่างไร
(แนวตอบ เขียนแทนด้วย $\sqrt[5]{12}$ อ่านว่า กรณฑ์ที่ 5 ของ 12)
- ให้ a เป็นจำนวนจริง ที่มีรากที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 แล้วค่าของ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริงลบเมื่อใด
(แนวตอบ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริงลบ เมื่อ $a < 0$ และ $n = 3, 5, 7, 9, \dots$)
- การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันสามารถทำได้อย่างไร
(แนวตอบ การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกันจะต้องมีจำนวนภายในกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกัน แล้วใช้สมบัติการแจกแจงในการดึงตัวร่วม จากนั้นนำตัวร่วมมาบวกหรือลบกัน)

สรุปแนวคิดหลัก

เลขยกกำลัง

- กำหนด a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ ตัว}}$$

$$a^0 = 1 \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

- กำหนด x, y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$

- ค่าหลักของรากที่ n ของ x เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{x}$ อ่านว่า กรณฑ์ที่ n ของ x

- ให้ x และ y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 y เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ x เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{x}$ ก็ต่อเมื่อ y เป็นรากที่ n ของ x และ $xy \geq 0$

- สมบัติของรากที่ n

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

$$1) (\sqrt[n]{a})^n = a \quad \text{เมื่อ } \sqrt[n]{a} \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

$$2) \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ a & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| & \text{เมื่อ } a < 0 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$$

$$3) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$4) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \text{เมื่อ } b \neq 0$$

- การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน จะต้องมีการดึงตัวร่วมภายในกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกัน เช่น

$$\begin{aligned} p\sqrt[n]{a} + q\sqrt[n]{a} &= (p + q)\sqrt[n]{a} \\ p\sqrt[n]{a} - q\sqrt[n]{a} &= (p - q)\sqrt[n]{a} \end{aligned}$$



สื่อ Digital

ครูอาจให้นักเรียนสืบค้นความรู้เพิ่มเติมผ่านทาง www.youtube.com โดยใช้คำสืบค้น ดังนี้

- เลขยกกำลัง
- สมบัติของรากที่ n
- Exponent Number

ข้อสอบเน้นการคิด

หาค่า x ที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt{3}(x^2) = \frac{3^{(4x)}}{9^4}$ เท่ากับข้อใด

- 2
- 4
- 2
- 4

(เฉลยคำตอบ)

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(x^2) &= \frac{3^{(4x)}}{9^4} \\ \sqrt{3}(x^2) &= \frac{3^{(4x)}}{3^8} \\ (3^{\frac{1}{2}})^{(x^2)} &= 3^{(4x) - 8} \\ 3^{\frac{x^2}{2}} &= 3^{4x - 8} \\ \frac{x^2}{2} &= 4x - 8 \\ x^2 &= 8x - 16 \\ x^2 - 8x + 16 &= 0 \\ (x - 4)^2 &= 0 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 4.)



7. การหาผลคูณและผลหารของจำนวนที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับเดียวกัน จะต้องมียกกำลังของกรณฑ์ที่เท่ากัน
8. $(p + q\sqrt{a})$ และ $(p - q\sqrt{a})$ เป็นสังยุคซึ่งกันและกัน โดยที่ p, q และ a เป็นจำนวนตรรกยะ และ $a > 0$
9. ถ้า a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

10. ถ้า a เป็นจำนวนจริง m, n เป็นจำนวนเต็มที่ $n > 1$ และ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ และ $a^{\frac{1}{n}}$ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$\begin{aligned} a^{\frac{m}{n}} &= (a^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{a})^m \\ a^{\frac{m}{n}} &= (a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \end{aligned}$$

11. การแก้สมการเลขยกกำลังสามารถทำได้โดยเปลี่ยนฐานของเลขยกกำลังให้เท่ากัน นั่นคือ

$$\text{ถ้า } a^x = a^n \text{ แล้ว } x = n$$

เมื่อ a, n เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$

12. สมบัติของเลขยกกำลัง

ให้ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 และ a^m, a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 1) \quad a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ 2) \quad \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} \\ 3) \quad (a^m)^n &= a^{mn} \\ 4) \quad a^n \cdot b^n &= (ab)^n \\ 5) \quad \frac{a^n}{b^n} &= \left(\frac{a}{b}\right)^n \end{aligned}$$

ขั้นสรุป

- การหาผลคูณและผลหารของจำนวนที่มีเครื่องหมายกรณฑ์สามารถทำได้อย่างไร
(แนวตอบ การหาผลคูณและผลหารของจำนวนที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ต้องมียกกำลังของกรณฑ์ที่เท่ากัน แล้วใช้สมบัติของรากที่ n)
- นักเรียนสามารถทำให้ $\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ เป็นจำนวนเต็มได้อย่างไร
(แนวตอบ นำสังยุคของ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ คูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน และสังยุคของ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ คือ $\sqrt{2} - \sqrt{3}$)
- ถ้า a เป็นจำนวนจริง m, n เป็นจำนวนเต็มที่ $n > 1$ และ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ และ $a^{\frac{1}{n}}$ เป็นจำนวนจริง แล้ว $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด
(แนวตอบ เท่ากัน เพราะ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
 $(a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$
 $a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$)
- การแก้สมการเลขยกกำลังสามารถทำได้อย่างไร
(แนวตอบ สามารถทำได้โดยเปลี่ยนฐานของเลขยกกำลังให้เท่ากัน)

กิจกรรม สร้างเสริม

ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันยกตัวอย่างจำนวนที่สอดคล้องกับสมบัติเลขยกกำลังต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาคำตอบ

ให้ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ a^m, a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง

- $a^m \cdot a^n$
- $\frac{a^m}{a^n}$
- $(a^m)^n$
- $a^n \cdot b^n$
- $\frac{a^n}{b^n}$

หมายเหตุ : ครูควรให้นักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อนจับคู่กัน



เกร็ดแนะครู

ครูทบทวนความรู้หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 โดยให้นักเรียนศึกษาจากสรุปแนวคิดหลักในหนังสือเรียน หน้า 38-39 แล้วเขียนเป็น Mind Mapping ลงในสมุด พร้อมทั้งให้ยกตัวอย่างประกอบอย่างน้อยหัวข้อละ 1 ข้อ จากนั้นครูอาจตรวจสอบความรู้ของนักเรียน โดยให้ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความเข้าใจของเนื้อหาหน่วยนี้



ขั้นสรุป

- $(-5)^3 \cdot 5^4$ เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันหรือไม่ เปลี่ยนให้เป็นฐานเดียวกันได้หรือไม่ และได้ผลคูณเท่ากับเท่าไร
(คำตอบ ไม่เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน สามารถเปลี่ยนให้เป็นฐานเดียวกันได้และได้ผลคูณเท่ากับ $-5^3 \cdot 5^4 = -5^7$)

- การหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและฐานไม่เท่ากับศูนย์มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก ในรูป $\frac{a^m}{a^n}$ สามารถแยกได้กี่กรณีอะไรบ้าง พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ

(คำตอบ สามารถแยกได้ 3 กรณี ดังนี้ กรณีที่ 1 เมื่อ $m > n$

เช่น ให้ $m = 5$ และ $n = 2$

$$\text{จะได้ } \frac{a^m}{a^n} = \frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3 > 0$$

กรณีที่ 2 เมื่อ $m = n$

เช่น ให้ $m = 5$ และ $n = 5$

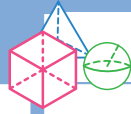
$$\text{จะได้ } \frac{a^m}{a^n} = \frac{3^5}{3^5} = 3^{5-5} = 3^0 = 1$$

กรณีที่ 3 เมื่อ $m < n$

เช่น ให้ $m = 3$ และ $n = 5$

$$\text{จะได้ } \frac{a^m}{a^n} = \frac{3^3}{3^5} = 3^{3-5} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} < 0$$

- ครูให้นักเรียนเขียนผังมโนทัศน์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง ลงในกระดาษ A4



แบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- ให้หาค่าของ

1) $\sqrt[4]{10000}$

2) $\sqrt[3]{-216}$

3) $16^{1.5}$

4) $1024^{-\frac{3}{5}}$

- ให้ประมาณค่า $\sqrt[5]{1022}$

- ให้หาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคิดเลข

1) $4^{16} - 2^{16}$

2) $\frac{\sqrt{10} + \sqrt[3]{10}}{10}$

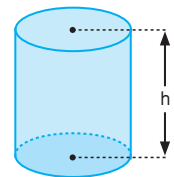
3) $3\pi - \sqrt[4]{18}$

4) $(1 + \sqrt[5]{5})^2$

- กำหนดสมการ $\sqrt{p + q\sqrt{7}} = \frac{5}{(3 - \sqrt{7})^2}$ เมื่อ p และ q เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ ให้หาค่าของ p และ q

- กำหนดสมการ $x\sqrt{5} = \sqrt{27} - x\sqrt{3}$ มีคำตอบของสมการ คือ $\frac{a + b\sqrt{15}}{2}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ให้หาค่าของ a และ b

- ทรงกระบอกตรงมีปริมาตร $8 + 3\sqrt{6}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร มีพื้นที่ฐานเท่ากับ $1 + \sqrt{6}$ ตารางเซนติเมตร ให้หาความสูงของทรงกระบอกนี้ และตอบในรูป $p + q\sqrt{6}$ เซนติเมตร เมื่อ p และ q เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ



- ให้เขียนจำนวนต่อไปนี้ให้ง่าย เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริงบวก

1) $\left(\frac{3}{x}\right)^{-4}$

2) $3 \div x^{-3}$

3) $\left(\frac{27x^3}{8y^6}\right)^{\frac{2}{3}}$

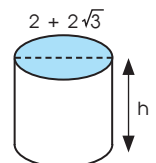
4) $\left(\frac{16x^4y^{-2}}{81y^6}\right)^{\frac{1}{4}}$

5) $\left(\frac{x^6y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{4}}}\right)^4$

6) $\left(\frac{32x^4y^{\frac{1}{2}}}{243x}\right)^{\frac{2}{5}}$

ข้อสอบเน้นการคิด

ทรงกระบอกมีปริมาตร $(10 + 5\sqrt{3})\pi$ ลูกบาศก์หน่วย และมีเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $2 + 2\sqrt{3}$ หน่วย ถ้าเทน้ำลงในทรงกระบอกใบนี้เพียงครึ่งหนึ่ง อยากทราบว่า ความสูงของระดับน้ำที่วัดจากฐานจะเป็นเท่าใด



(เฉลยคำตอบ เนื่องจากมีเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $2 + 2\sqrt{3}$ หน่วย

จะได้รัศมีของวงกลมเท่ากับ $1 + \sqrt{3}$ หน่วย ปริมาตรทรงกระบอกเท่ากับ $\pi r^2 h$ ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จะได้ } (10 + 5\sqrt{3})\pi = \pi(1 + \sqrt{3})^2 h$$

$$10 + 5\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2 h$$

$$10 + 5\sqrt{3} = (4 + 2\sqrt{3})h$$

$$h = \frac{10 + 5\sqrt{3}}{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{10 + 5\sqrt{3}}{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4 - 2\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{5}{2} \text{ หรือ } 2.5 \text{ หน่วย}$$

ดังนั้น ความสูงของระดับน้ำในทรงกระบอกเท่ากับ $\frac{2.5}{2} = 1.25$ หน่วย)



7) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{8x}$

8) $(x^{-3}y^{\frac{2}{3}})^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{3}})^3$

9) $\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{5}}}{(x^2y^{-\frac{1}{5}})^{-2}}$

10) $(x^{-\frac{1}{3}}y^2)^5 \cdot \sqrt[3]{27x^{-3}y^2}$

8. ให้หาค่าของ

1) $\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45}$

2) $2\sqrt{27} - \sqrt{12} + 3\sqrt{75}$

3) $\frac{3}{\sqrt{2}}(\sqrt{98} - \sqrt{32})$

4) $\sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{50} + \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2}$

5) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

6) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$

7) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

8) $(2\sqrt{7} - \sqrt{10})^2$

9. ให้หาค่า x จากสมการต่อไปนี้

1) $4^{-6} \cdot 4^x = 1$

2) $5^{12} \div 5^x = 25$

3) $16^x = 8$

4) $2018^x = 1$

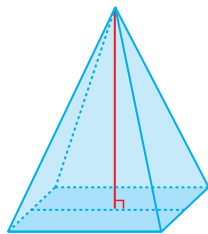
5) $\frac{10^{x-2}}{10} = 0.0001$

6) $\frac{2^{x-6}}{2} = 2^9$

10. ถ้า $x^{-3} = 7$ แล้ว x^3 มีค่าเท่าใด

11. ถ้า $(\sqrt{2} - 1)^x = (\sqrt{2} + 1)^2$ แล้ว $x + 1$ มีค่าเท่าใด

12. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีปริมาตร 27 ลูกบาศก์เซนติเมตร และมีความสูงเป็น 3 เท่าของความยาวของฐานแต่ละด้าน ให้หาความยาวรอบฐานของพีระมิด



เลขยกกำลัง 41

ขั้นสรุป

5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มออกเป็น 3 กลุ่ม แล้วทำกิจกรรม ดังนี้

- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 โดยการแบ่งข้อดังนี้

กลุ่มที่ 1 ทำข้อ 1, 4, 7, 10

กลุ่มที่ 2 ทำข้อ 2, 5, 8, 11

กลุ่มที่ 3 ทำข้อ 3, 6, 9, 12

- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำแบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 โดยเขียนวิธีคิดลงในกระดาษ A4 จากนั้นครูคอยตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละกลุ่มและแนะแนวคิดในข้อนั้นๆ
- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาเฉลยวิธีคิด พร้อมอธิบายแนวคิดของกลุ่มตัวเองหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประเมิน

- ครูตรวจใบงานที่ 1.2
- ครูตรวจแบบฝึกทักษะ 1.3
- ครูตรวจ Exercise 1.3
- ครูตรวจแบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1
- ครูตรวจผังมโนทัศน์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง
- ครูประเมินการนำเสนอผลงาน
- ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
- ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม
- ครูสังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน

ข้อสอบเน้น การคิดแนว O-NET

ถ้า $a = -1$ และ $b = 2$ แล้ว $\sqrt[3]{a^6b^2} \sqrt[3]{a^2b^6}$ มีค่าเท่าใด

1. -2

2. 2

3. -4

4. 4

5. -5

$$\begin{aligned} \text{(เฉลยคำตอบ)} \quad \sqrt[3]{a^6b^2} \sqrt[3]{a^2b^6} &= \sqrt[3]{a^6b^2 \cdot a^2b^6} \\ &= \sqrt[3]{a^8b^8} \\ &= \sqrt[3]{(ab)^8} \\ &= |ab| \\ &= |(-1)(2)| \\ &= |-2| \\ &= 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบ คือ ข้อ 2.)



แนวทางการวัดและประเมินผล

ครูสามารถวัดและประเมินพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล จากการทำใบงานที่ 1.2 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ในขั้นเข้าใจ โดยศึกษาเกณฑ์การวัดและประเมินผลจากแบบประเมินของแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล				
ผู้ประเมิน: วัตถุประสงค์: วัตถุประสงค์: วัตถุประสงค์: วัตถุประสงค์:				
ข้อที่	รายการประเมิน	ใช่	ไม่ใช่	รวม
1	ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	☐	☐	☐
2	ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	☐	☐	☐
3	ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	☐	☐	☐
4	ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	☐	☐	☐
รวม				
ผู้ประเมิน: _____ ผู้เรียน: _____				
เกณฑ์การประเมิน				
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
เกณฑ์การประเมิน				
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2
ปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด	5	4	3	2