

แผนการจัดการเรียนรู้

ชื่อ-นามสกุล.....นายโสมณ จัยจิตร.....โรงเรียน.....สารวิทยา.....
รายวิชา.....คณิตศาสตร์.....ระดับชั้น.....มัธยมศึกษาปีที่ 3.....
ชื่อหน่วยการเรียนรู้.....วงกลม.....เวลา.....14.....ชั่วโมง.....
แผนการจัดการเรียนรู้ที่.....25.....เรื่อง.....ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม.....เวลา.....2.....ชั่วโมง.....

1. สาระสำคัญ

มุมที่เกิดขึ้นระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น ซึ่งเส้นสัมผัสวงกลมน้อยมั่งคั่งดักกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส และส่วนของเส้นตรง 2 เส้นที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน

2. มาตรฐานและตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง

รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1) สมรรถนะที่ 2 ความสามารถในการคิด

ตัวชี้วัดที่ 1 คิดพื้นฐาน (การคิดวิเคราะห์)

พฤติกรรมบ่งชี้ 2. หาความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ของข้อมูลที่พบเห็นในบริบทของ
การดำเนินชีวิตประจำวัน

2) สมรรถนะที่ 3 ความสามารถในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัดที่ 1 ใช้กระบวนการแก้ปัญหาโดยวิเคราะห์ปัญหา วางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการ
แก้ปัญหา ตรวจสอบและสรุปผล

พฤติกรรมบ่งชี้ 3. การดำเนินการแก้ปัญหา

3) สมรรถนะที่ 4 ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

ตัวชี้วัดที่ 3 ทำงานและอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

พฤติกรรมบ่งชี้ 1. ทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างสร้างสรรค์ สามารถแสดงความคิดเห็นของตน
ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

4. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1) มีวินัย

2) ใฝ่เรียนรู้

3) มุ่งมั่นในการทำงาน

5. เป้าหมายการเรียนรู้เชิงสมรรถนะ

นำความรู้ของทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมได้ (K)
- 2) นักเรียนสามารถแสดงวิธีหาขนาดของมุมที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมได้ (S)
- 3) นักเรียนสามารถนำความรู้ของทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (A)

7. เนื้อหาสาระ

ทฤษฎีของวงกลมที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม

8. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

- 1) เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- 3) ใบกิจกรรม เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม
- 4) สื่อ The Geometer's Sketchpad (GSP)

9. วิธีการดำเนินกิจกรรมตามแนวคิด Active Learning

(การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ : 5E)

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับคอร์ด เส้นตัดวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่บทเรียน โดยใช้การถามตอบกับนักเรียน และขออาสาสมัครออกมาวาดคอร์ด เส้นตัดวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลมบนกระดาน

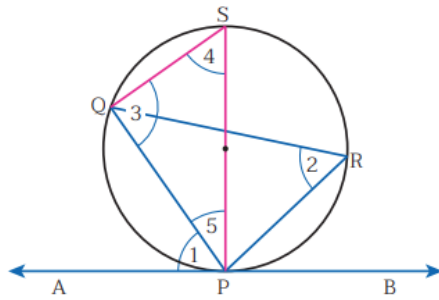
➤ คอร์ดของวงกลมคืออะไร (ส่วนของเส้นตรงที่จุดปลายทั้งสองอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมเดียวกัน)

➤ เส้นตัดวงกลมคืออะไร (เส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมแล้วตัดเส้นรอบวง 2 จุด)

➤ เส้นสัมผัสวงกลมคืออะไร (เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น)

ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)

2. ครูและนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมกับของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นในหนังสือเรียนหน้า 95 โดยใช้การถามตอบกับนักเรียน ทั้งนี้ครูใช้การสุ่มเรียกนักเรียนตอบคำถามเพื่อให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในชั้นเรียน



จากรูป $\vec{AB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด P

$\overline{PQ}$ เป็นคอร์ด

$\angle APQ$ เป็นมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส P

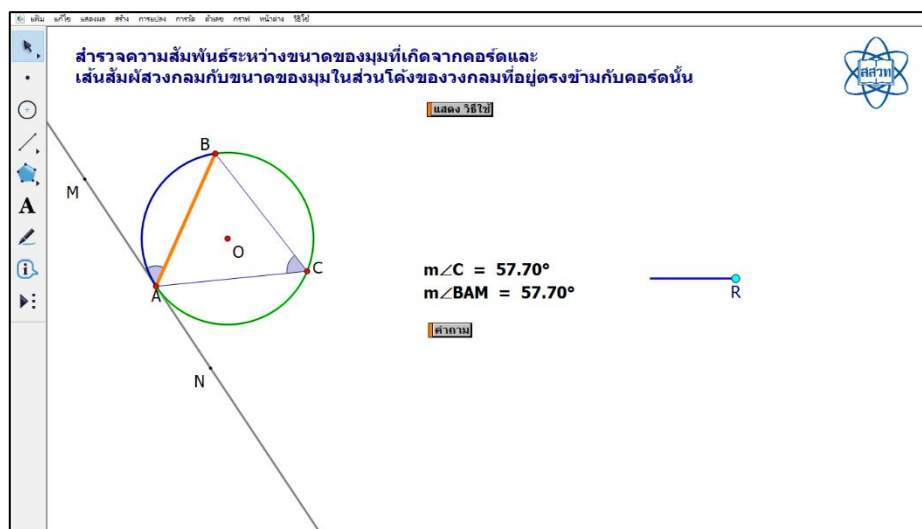
$\angle PRQ$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด PQ

จะแสดงว่า $\angle APQ = \angle PRQ$

ข้อที่	ข้อความ	เหตุผล
1	$\hat{3} = 90^\circ$	ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม
2	$\hat{4} + \hat{5} = 90^\circ$	จากข้อ 1 และขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°
3	$\hat{1} + \hat{5} = 90^\circ$	เส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส
4	$\hat{1} = \hat{4}$	จากข้อ 2 – 3 และสมบัติของการเท่ากัน
5	$\hat{4} = \hat{2}$	มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันมีขนาดเท่ากัน
6	$\hat{1} = \hat{2}$ หรือ $\angle APQ = \angle PRQ$	จากข้อ 4 – 5 และสมบัติของการเท่ากัน

ขั้นตอนิบายและลงข้อสรุป (Explanation)

3. ครูนำเสนอสื่อสำเร็จรูปสำหรับซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad (GSP) เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น และร่วมกันสรุปความสัมพันธ์ที่ได้จากการสำรวจ



ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)

4. ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนที่นั่งข้างกันแล้วร่วมกันทำแบบฝึกทักษะที่ 2.8 ข้อ 1 , 3 , 5 ในเอกสารประกอบการเรียนรู้ จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3 คู่ ออกมานำเสนอแนวคิดของการหาขนาดของมุมที่โจทย์ต้องการหน้าชั้นเรียน โดยมีครูคอยตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติม

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

ขั้นประเมินผล (Evaluation)

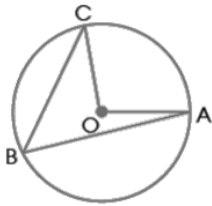
6. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.8 ข้อ 2 , 4 , 6 ในเอกสารประกอบการเรียนรู้เป็นการบ้าน โดยกำหนดส่งก่อนการเรียนในคาบถัดไป และเน้นย้ำให้ทำแบบฝึกทักษะด้วยตนเองเพื่อทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้มา

ชั่วโมงที่ 2

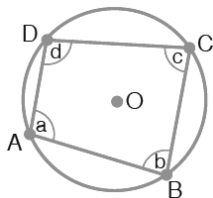
1. ครูนำข้อผิดพลาดที่พบจากการตรวจแบบฝึกทักษะที่ให้นักเรียนทำการบ้านมานำเสนอเป็นข้อมูลย้อนกลับ (Feedback) เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ข้อผิดพลาดร่วมกันและมีความระวังในการแก้ปัญหา

ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)

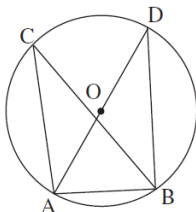
2. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนทฤษฎีบทของวงกลมที่ได้เรียนผ่านมา โดยครูแสดงรูปบนกระดาน แล้วสุ่มเรียกนักเรียนเพื่อให้อธิบายทฤษฎีบทและความสัมพันธ์ของมุมต่าง ๆ ตามทฤษฎีบทนั้น



ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
จากรูป $\angle ABC = 2(\angle AOC)$



ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก หรือ 180 องศา
จากรูป $a + c = 180^\circ$ หรือ $b + d = 180^\circ$

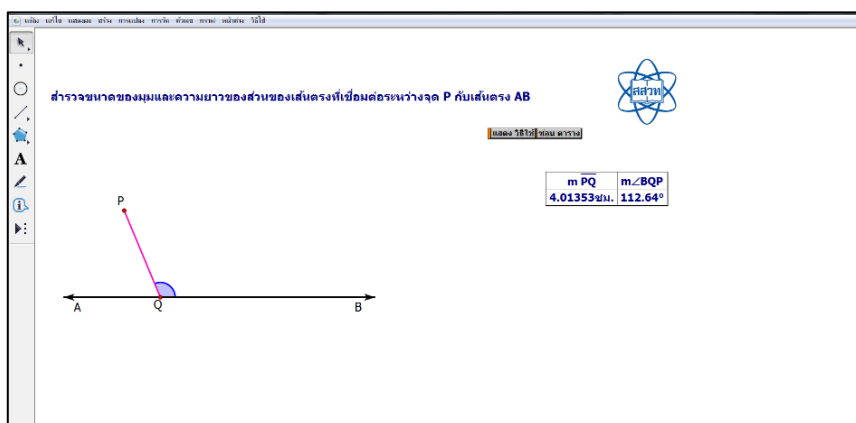


ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน
จากรูป $\angle ACB = \angle ADB$

ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)

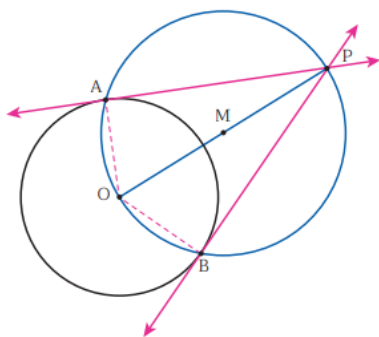
3. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน แล้วร่วมกันทำกิจกรรม “สำรวจมุมระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมี” ในหนังสือเรียนหน้า 86 – 87 จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีที่จุดสัมผัส

4. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับสมบัติทางเรขาคณิตที่ว่า “เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งมาให้ ในบรรดาส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดจุดหนึ่งที่อยู่ภายนอกเส้นตรงไปยังเส้นตรงเส้นนั้น ส่วนของเส้นตรงที่สั้นที่สุดคือ ส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นนั้น” โดยครูแสดงความสัมพันธ์ของสมบัติดังกล่าวโดยใช้โปรแกรม GSP แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาการพิสูจน์ในหนังสือเรียนหน้า 88 เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ว่า “เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส”



ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)

5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม “สำรวจเกี่ยวกับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสกับวงกลม” ในหนังสือเรียนหน้า 92 โดยมุ่งเน้นการฝึกให้นักเรียนได้นำความรู้ที่เรียนมาแล้วไปใช้ในการให้เหตุผลก่อนที่จะสรุปทฤษฎีบท



P เป็นจุดหนึ่งซึ่งอยู่ภายนอกวงกลม O

M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{OP}$

วงกลม M มีรัศมีเท่ากับ MO

วงกลม O และ M ตัดกันที่จุด A และจุด B

$\angle OAP$ และ $\angle OBP$ เป็นมุมภายในครึ่งวงกลมของวงกลม M

ดังนั้น $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$

ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle PAO$ และ $\triangle PBO$

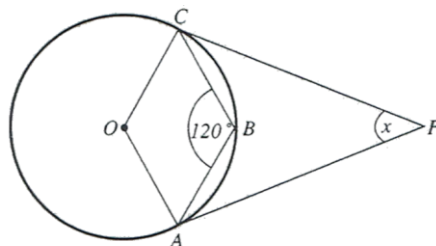
ข้อที่	ข้อความ	เหตุผล
1	$\angle O\hat{A}P = \angle O\hat{B}P = 90^\circ$	เส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส
2	$OA = OB$	รัศมีของวงกลมเดียวกัน
3	$OP = OP$	ด้านร่วม
4	$\triangle PAO \cong \triangle PBO$	เท่ากันทุกประการแบบ ฉ.ด.ด.
5	$PA = PB$	ด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน

6. ครูตั้งคำถามชวนคิดว่า “จากการพิสูจน์ข้างต้น นักเรียนคิดว่า $\angle A\hat{P}O$ และ $\angle B\hat{P}O$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร เพราะเหตุใด” ($\angle A\hat{P}O = \angle B\hat{P}O$ เพราะเป็นมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ) โดยแต่ละกลุ่มพูดคุ้ยและปรึกษากันเพื่อสรุปเป็นคำตอบของกลุ่ม และขออาสาสมัครนักเรียน 3 กลุ่มในการนำเสนอแนวคิด จากนั้นร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม

ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)

7. ครูยกตัวอย่างการนำความรู้จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางเรขาคณิตในการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา

ตัวอย่าง จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้จะหาค่าของ x โดยที่จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม



วิธีทำ เนื่องจาก $\angle A\hat{B}C = 120^\circ$ (กำหนดให้)
 จะได้ว่า มุมกลับ $\angle C\hat{O}A = 240^\circ$ (มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
 และ $\angle C\hat{O}A = 120^\circ$ (มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากับ 360°)
 เนื่องจาก $\overline{AP}$, $\overline{CP}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม และ $\overline{OC}$, $\overline{OA}$ เป็นรัศมีของวงกลม
 จึงได้ว่า $\angle O\hat{C}P = \angle O\hat{A}P = 90^\circ$ (เส้นสัมผัสวงกลมน้อยมตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส)
 พิจารณา $\square COAP$
 นั่นคือ $\angle C\hat{P}A = 360 - (90 + 90 + 120)$ (ผลบวกของมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ 360 องศา)
 ดังนั้น $\angle C\hat{P}A = 60^\circ$

ตอบ x มีค่าเท่ากับ 60

8. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำใบกิจกรรม เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม โดยระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมนั้นครูผู้สอนคอยสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม และให้คำแนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัย จากนั้นสุ่มนักเรียน 3 กลุ่ม เพื่อส่งตัวแทนออกมานำเสนอแนวคิดการหาขนาดของมุมในแต่ละข้อ หากกลุ่มใดมีแนวคิดที่แตกต่างหรือมีข้อสงสัยให้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

ขั้นประเมินผล (Evaluation)

10. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.9 ข้อ 1 – 6 ในเอกสารประกอบการเรียนรู้เป็นการบ้าน โดยกำหนดส่งก่อนการเรียนในคาบถัดไป ส่วนแบบฝึกทักษะเสริมประสบการณ์ให้นักเรียนลองฝึกทำด้วยตนเอง เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ และครูจะนำเฉลยโพสต์ไว้ใน Google Classroom

11. ครูมอบหมายให้นักเรียนสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ในรูปแบบของโปสเตอร์ โดยออกแบบจาก Canva โปรแกรมต่าง ๆ หรือเขียนด้วยลายมือของตนเอง พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม (ใช้เวลานอกชั้นเรียน)

10. การวัดและการประเมินผล

รายการประเมิน	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	เกณฑ์การผ่าน
- สมรรถนะที่ 2 การคิด - ตัวชี้วัดที่ 1 ข้อ 2 - สมรรถนะที่ 3 - การแก้ปัญหา - ตัวชี้วัดที่ 1 ข้อ 3 - นำความรู้ของทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (K , S , A)	- ตรวจแบบฝึกทักษะ - ตรวจใบกิจกรรม	- แบบฝึกทักษะที่ 2.8 - แบบฝึกทักษะที่ 2.9 - ใบกิจกรรม	- การตอบคำถามแต่ละข้อ - ตอบถูกต้อง ได้ 1 คะแนน - ตอบไม่ถูกต้อง ได้ 0 คะแนน - คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน โดยพิจารณาจาก - การให้เหตุผล (2 คะแนน) - การหาขนาดของมุมต่าง ๆ (2 คะแนน)	- นักเรียนทำแบบฝึกทักษะได้คะแนนรวมตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์ - นักเรียนทำใบกิจกรรมได้คะแนนรวมตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์

รายการประเมิน	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์ การประเมิน	เกณฑ์ การผ่าน
	- ตรวจ โปสเตอร์	- แบบประเมินชิ้นงาน โปสเตอร์วงกลม	พิจารณาจาก - ความถูกต้องและ สมบูรณ์ของ เนื้อหา - ความสวยงาม และความคิด สร้างสรรค์ - การใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ - ความตรงต่อเวลา	นักเรียนได้คะแนน รวมอยู่ในระดับ คุณภาพตั้งแต่ดี ขึ้นไปถือว่าผ่าน เกณฑ์
	- ตรวจแบบฝึก ทักษะและ ใบกิจกรรม	- แบบประเมิน สมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	พิจารณาจากเกณฑ์ การประเมิน - ดีเยี่ยม = 3 - ดี = 2 - พอใช้ = 1 - ควรปรับปรุง = 0	นักเรียนได้คะแนน รวมอยู่ในระดับ คุณภาพตั้งแต่ดี ขึ้นไปถือว่าผ่าน เกณฑ์
สมรรถนะที่ 4 การใช้ ทักษะชีวิต ตัวชี้วัดที่ 3 ข้อ 1	- สังเกต พฤติกรรม ในชั้นเรียน	- แบบประเมิน พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	ปฏิบัติหรือแสดง พฤติกรรม - สม่าเสมอ = 3 - บางครั้ง = 2 - น้อยครั้ง = 1 - ไม่ปฏิบัติ = 0	นักเรียนได้คะแนน รวมอยู่ในระดับ คุณภาพตั้งแต่ดี ขึ้นไปถือว่าผ่าน เกณฑ์
	- สังเกต พฤติกรรม ในชั้นเรียน	- แบบประเมิน สมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	พิจารณาจากเกณฑ์ การประเมิน - ดีเยี่ยม = 3 - ดี = 2 - พอใช้ = 1 - ควรปรับปรุง = 0	นักเรียนได้คะแนน รวมอยู่ในระดับ คุณภาพตั้งแต่ดี ขึ้นไปถือว่าผ่าน เกณฑ์

รายการประเมิน	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์ การประเมิน	เกณฑ์ การผ่าน
คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	สังเกต พฤติกรรม ในชั้นเรียน	แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์	ปฏิบัติหรือแสดง พฤติกรรม - ปฏิบัติ = 1 - ไม่ปฏิบัติ = 0	นักเรียนได้คะแนน รวมอยู่ในระดับ คุณภาพตั้งแต่ดี ขึ้นไปถือว่าผ่าน เกณฑ์

11. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1) สภาพปัญหาและสาเหตุ

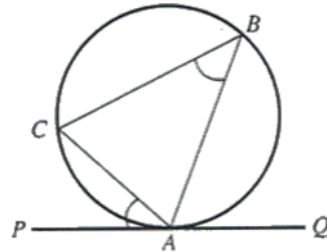
- นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมได้ แต่เมื่อให้นักเรียนนำทฤษฎีบทไปใช้ในการแก้ปัญหามิ่่นักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถแก้ปัญหได้ เนื่องจากนักเรียนมองส่วนประกอบต่าง ๆ ในโจทย์ไม่ได้ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร และความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตที่ค่อนข้างน้อย เช่น สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งนักเรียนระบุมมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่เท่ากันไม่ถูกต้อง

2) แนวทางแก้ไข/ข้อเสนอแนะ

- ครูผู้สอนมีการทบทวนทฤษฎีบทที่นักเรียนได้เรียนมาก่อนนี้ในทุกคาบก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การถามตอบกับนักเรียน
- ให้นักเรียนฝึกการมองความสัมพันธ์ส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลมในรูปที่เป็นโจทย์ รวมทั้งการระบุด้านประกอบมุมยอดและมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่เท่ากัน เพื่อให้นักเรียนสามารถหาขนาดของมุมได้อย่างถูกต้อง

2.3 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม

ทฤษฎีบทที่ 7 มุมที่เกิดขึ้นระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

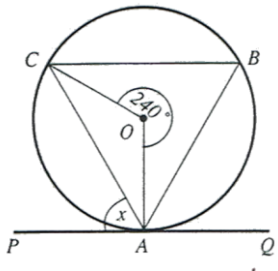
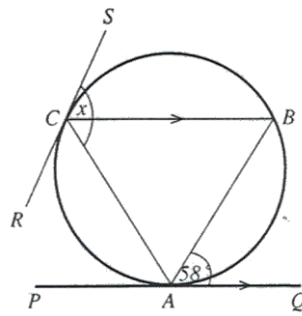
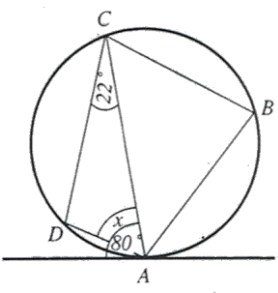
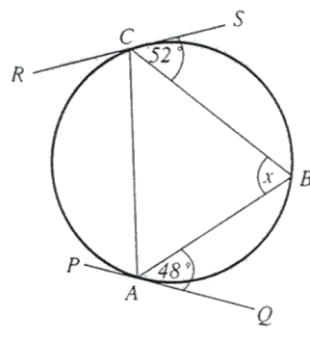


จากรูป $\angle PAC = \angle ABC$

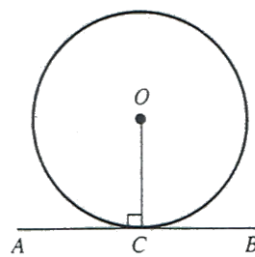
แบบฝึกหัดข้อที่ 2.8

จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่าของ x โดยที่จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.	2.
3.	4.

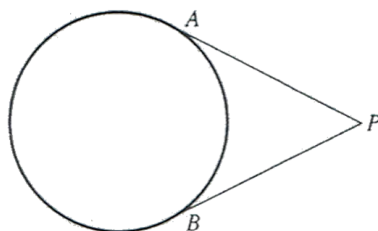
5. 	6. 
7. 	8. 

ทฤษฎีบทที่ 8 เส้นสัมผัสวงกลมย่อมตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส



จากรูป $\overline{OC} \perp \overline{AB}$

ทฤษฎีบทที่ 9 ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน



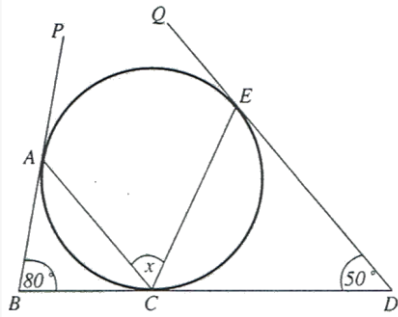
จากรูป $\overline{PA} = \overline{PB}$

แบบฝึกหัดทักษะที่ 2.9

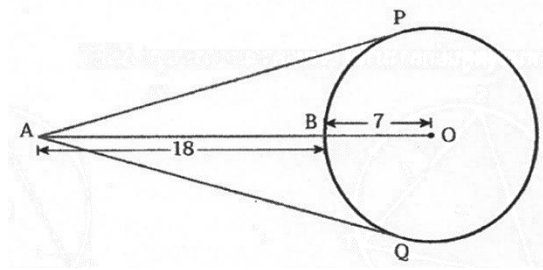
1. จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาค่าของ x โดยที่จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.	2.
3.	4.

5.

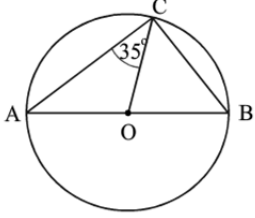
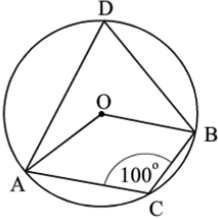
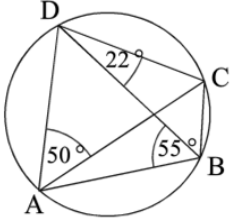
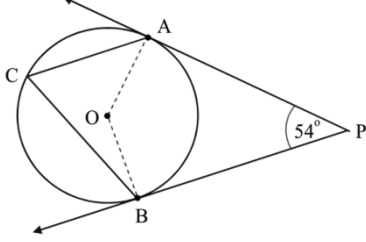
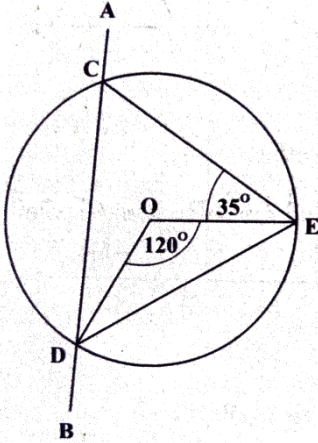


6. จากรูป จงหาความยาวของ $\overline{AQ}$ เมื่อ P และ Q เป็นจุดสัมผัส





จงหาขนาดของมุมในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1.  ขนาดของ $\angle OBC = \dots\dots\dots$ องศา	2.  ขนาดของ $\angle ADB = \dots\dots\dots$ องศา
3.  ขนาดของ $\angle ACB = \dots\dots\dots$ องศา	4.  ขนาดของ $\angle ACB = \dots\dots\dots$ องศา
5. กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางวงกลม $\overline{AB}$ ตัดกับวงกลมที่จุด C และ D ดังรูป $\angle BDE$ มีขนาดกี่องศา (ข้อสอบ O-NET ม.3 ปี 2563) 	

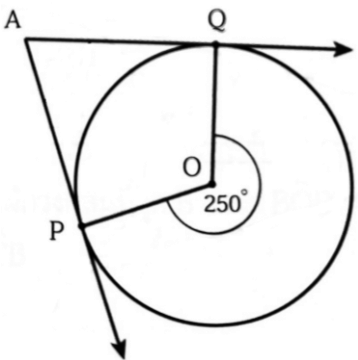
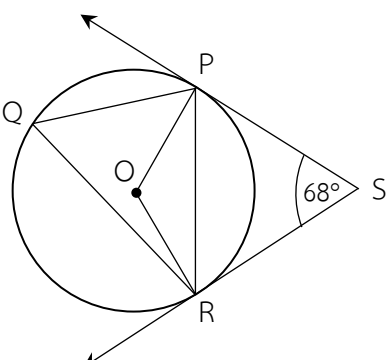
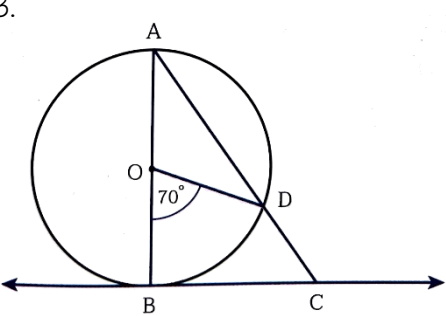
ใบกิจกรรม เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม

ชื่อกลุ่ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/.....

สมาชิกในกลุ่ม

1. ชื่อ-สกุล เลขที่
2. ชื่อ-สกุล เลขที่
3. ชื่อ-สกุล เลขที่
4. ชื่อ-สกุล เลขที่
5. ชื่อ-สกุล เลขที่

คำชี้แจง จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ให้นักเรียนหาขนาดของมุมในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งระบุเหตุผลประกอบ

1. 	จงหาขนาดของ $\widehat{PAQ}$
2. 	จงหาขนาดของ $\widehat{PQR}$
3. 	จงหาขนาดของ $\widehat{ACB}$

- ควรปรับปรุง = 0

[illegible]

เลขที่	ชื่อ-สกุล	สมรรถนะสำคัญ ตัวชี้วัด และพฤติกรรมบ่งชี้												รวม (9)	สรุป ผล
		สมรรถนะที่ 2 ตัวชี้วัดที่ 1 (2)				สมรรถนะที่ 3 ตัวชี้วัดที่ 1 (3)				สมรรถนะที่ 4 ตัวชี้วัดที่ 3 (1)					
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0		
25															
26															
27															
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															
35															
36															
37															
38															
39															
40															
41															
42															
43															
44															
45															

ลงชื่อ ผู้ประเมิน
(.....)

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
8 – 9	ดีมาก
6 – 7	ดี

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
3 – 5	พอใช้
0 – 2	ควรปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

สมรรถนะสำคัญ	ระดับคุณภาพ			
	3 (ดีเยี่ยม)	2 (ดี)	1 (พอใช้)	0 (ควรปรับปรุง)
สมรรถนะที่ 2 ตัวชี้วัดที่ 1 2. หาความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ของข้อมูลที่พบเห็นในบริบทของการดำเนินชีวิตประจำวัน	ระบุความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ตามที่โจทย์กำหนดให้ และสามารถเชื่อมโยงส่วนประกอบต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	ระบุความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ตามที่โจทย์กำหนดให้ และสามารถเชื่อมโยงส่วนประกอบต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง	ระบุความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ตามที่โจทย์กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงส่วนประกอบต่าง ๆ ได้	ไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ตามที่โจทย์กำหนดให้ และไม่สามารถเชื่อมโยงส่วนประกอบต่าง ๆ ได้
สมรรถนะที่ 3 ตัวชี้วัดที่ 1 3. การดำเนินการแก้ปัญหา	ดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ ทุกขั้นตอน มีการระบุเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล	ดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ แต่มีการระบุเหตุผลที่ไม่ครบถ้วน	ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์ และมีการระบุเหตุผลที่ไม่ครบถ้วน	ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง และไม่มี การระบุเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล
สมรรถนะที่ 4 ตัวชี้วัดที่ 3 1. ทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างสร้างสรรค์ สามารถแสดงความคิดเห็นของตนเอง ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	แสดงความคิดเห็นของตนเอง รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น โดยสนับสนุนหรือคัดค้านความคิดเห็นด้วยกิริยาวาจาที่สุภาพ ให้เกียรติผู้อื่นอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้งปฏิบัติงานที่ตนรับผิดชอบจนสำเร็จตามเวลาที่กำหนด	แสดงความคิดเห็นของตนเอง รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น โดยสนับสนุนหรือคัดค้านความคิดเห็นด้วยกิริยาวาจาที่สุภาพ ให้เกียรติผู้อื่น บางครั้ง พร้อมทั้งปฏิบัติงานที่ตนรับผิดชอบจนสำเร็จตามเวลาที่กำหนด	แสดงความคิดเห็นของตนเองและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น หรือปฏิบัติงานที่รับผิดชอบสำเร็จ เมื่อมีผู้อื่นมากระตุ้น	ปฏิบัติงานของตนเองที่รับผิดชอบได้ แต่ไม่รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

แบบประเมินชิ้นงานโปสเตอร์วงกลม

รายการประเมิน	คำอธิบายระดับคุณภาพ / ระดับคะแนน			
	ดีมาก (3)	ดี (2)	พอใช้ (1)	ควรปรับปรุง (0)
1. ความถูกต้องและ สมบูรณ์ของเนื้อหา	เนื้อหามีความถูกต้อง ครบถ้วน กระชับ และไม่มีข้อบกพร่อง	เนื้อหามีความถูกต้อง ครบถ้วน กระชับ แต่ มีข้อบกพร่องเล็กน้อย	เนื้อหามีความถูกต้อง ครบถ้วน แต่ไม่กระชับ และมีข้อบกพร่อง	ไม่ส่งงาน
2. ความสวยงาม และความคิด สร้างสรรค์	ชิ้นงานมีความ สวยงาม น่าสนใจ และแสดงถึงความคิด สร้างสรรค์	ชิ้นงานมีความ สวยงาม น่าสนใจ แต่ไม่มีความแปลกใหม่	ชิ้นงานมีความ สวยงาม น่าสนใจ แต่ไม่เป็นระบบและ ไม่มีความแปลกใหม่	ไม่ส่งงาน
3. การใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์	นำเสนอโดยใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ไม่มีข้อบกพร่อง	นำเสนอโดยใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง แต่มีข้อบกพร่อง 1 – 2 จุด	นำเสนอโดยใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง แต่มีข้อบกพร่อง มากกว่า 2 จุด	ไม่ส่งงาน
4. ความตรงต่อเวลา	ส่งงานตรงตามเวลา ที่กำหนด	ส่งงานเกินกว่าเวลา ที่กำหนด 1 – 2 วัน	ส่งงานเกินกว่าเวลา ที่กำหนดมากกว่า 2 วัน	ไม่ส่งงาน

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
10 – 12	ดีมาก
7 – 9	ดี
4 – 6	พอใช้
0 – 3	ควรปรับปรุง

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ผู้ประเมิน

- ☐ ตนเอง
☐ ครูผู้สอน

ชื่อกลุ่ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/.....

สมาชิกในกลุ่ม

1. ชื่อ-สกุล เลขที่
2. ชื่อ-สกุล เลขที่
3. ชื่อ-สกุล เลขที่
4. ชื่อ-สกุล เลขที่
5. ชื่อ-สกุล เลขที่

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนนตามความเป็นจริงตามเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

- ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอ ให้ 3 คะแนน
- ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมบางครั้ง ให้ 2 คะแนน
- ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมน้อยครั้ง ให้ 1 คะแนน
- ไม่ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมนั้นเลย ให้ 0 คะแนน

ประเด็นการประเมิน	ระดับคะแนน			
	3	2	1	0
1. ความร่วมมือกันในการทำกิจกรรม				
2. การแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม				
3. ความตั้งใจในการทำงาน				
4. การแก้ไขปัญหาหรือปรับปรุงผลงานกลุ่ม				
5. การใช้เวลาในการทำงานอย่างเหมาะสม				

ลงชื่อ ผู้ประเมิน
(.....)

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
12 – 15	ดีมาก
8 – 11	ดี

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
4 – 7	พอใช้
0 – 3	ควรปรับปรุง

[illegible]

กลุ่ม ที่	ชื่อ	เลข ที่	ประเมินตนเอง						ครูผู้สอนประเมิน						รวม	สรุป ผล
			ความร่วมมือ	แสดงความคิดเห็น	ความตั้งใจ	การแก้ไขปัญหา	การใช้เวลา	คะแนนรวม	ความร่วมมือ	แสดงความคิดเห็น	ความตั้งใจ	การแก้ไขปัญหา	การใช้เวลา	คะแนนรวม		
6																
7																
8																
9																

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
25 – 30	ดีมาก
18 – 24	ดี

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
9 – 17	พอใช้
0 – 8	ควรปรับปรุง

นักเรียนได้คะแนนรวม
ตั้งแต่ 18 คะแนนขึ้นไป
ถือว่าผ่านเกณฑ์

- ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรม ให้ 1 คะแนน
- ไม่ปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรม ให้ 0 คะแนน

[illegible]

เลขที่	ชื่อ-สกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์ / พฤติกรรมบ่งชี้																รวม	สรุป ผล
		มีวินัย				ใฝ่เรียนรู้										มุ่งมั่น ในการทำงาน			
		1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3.1	3.2									
		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0		
23																			
24																			
25																			
26																			
27																			
28																			
29																			
30																			
31																			
32																			
33																			
34																			
35																			
36																			
37																			
38																			
39																			
40																			
41																			
42																			
43																			
44																			
45																			

ลงชื่อ ผู้ประเมิน
(.....)

เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	พฤติกรรมบ่งชี้
1. มีวินัย	1.1 ปฏิบัติตามข้อตกลงของการเรียนรายวิชานี้
	1.2 ความตรงต่อเวลาในการส่งงานหรือการบ้านที่ได้รับมอบหมาย
2. ใฝ่เรียนรู้	2.1 ตั้งใจเรียน มีความเพียรพยายามในการเรียนรู้
	2.2 มีการจดบันทึกความรู้อย่างเป็นระบบ
	2.3 การสรุปองค์ความรู้หรือบันทึกการเรียนรู้
	2.4 ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เหมาะสม
	2.5 ซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยระหว่างการเรียนหรือนอกห้องเรียน
3. มุ่งมั่นในการทำงาน	3.1 มีความตั้งใจและพยายามในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย
	3.2 มีความอดทนและไม่ท้อแท้ต่ออุปสรรคเพื่อให้งานสำเร็จ

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
8 – 9	ดีมาก
5 – 7	ดี
2 – 4	พอใช้
0 – 1	ควรปรับปรุง